



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c - натур.

$$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$abc: 2^{\frac{34}{2}} \cdot 3^{\lfloor \frac{43}{2} \rfloor} \cdot 5^{\lfloor \frac{75}{2} \rfloor} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

~~$abc: 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$~~

~~пример $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$~~

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5$$

заметьте, что если $ac: 5^{43} \Rightarrow abc: 5^{43}$

$$abc: 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

пример: $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{23}$$

заметьте, что условие выполняется.

Ответ: ~~ВМ~~ $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

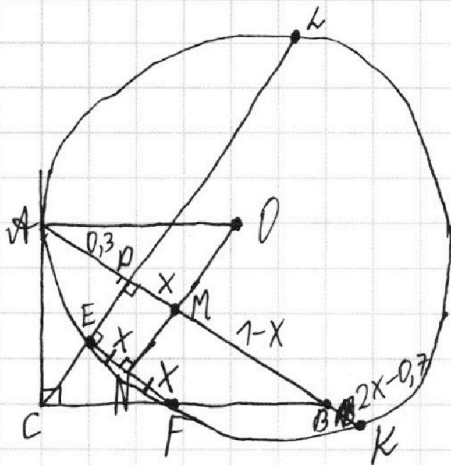
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB \parallel EF \quad \angle ACB = 90^\circ$$

$$AB:BD = 1,3 \quad CD - \text{выс.}$$

$$K - \text{т.т.}: \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = ?$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AD+BD}{BD} = 1,3 \Rightarrow \frac{AD}{BD} = 0,3$$

Допустим $\frac{BD}{AB} = 1$, тогда $AD = 0,3$

N - сер EF ; K - точка пересек прямой AB и AK
($K \neq A$)
 O - центр окружности.

EF - хорда $\Rightarrow ON$ - сер пер к EF

$CD \perp AB$ (CD - выс) и $AB \parallel EF \Rightarrow ON \parallel ED$

M - точка пересек ON и AK

$AB \parallel EF$, $ED \parallel MN \Rightarrow EN = EF = DM = x$

AK - хорда и $AK \perp ON \Rightarrow M$ - сер AK

$$AM = 0,3 + x \Rightarrow MK = 0,3 + x$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{0,3}$$

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = 0,3^2 + \sqrt{0,3}^2 = 0,39$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

L - точка пересечения прямой CD и окружности ($L \neq E$)

степенная точка для C :

$$AC^2 = CE \cdot CL = 2\sqrt{0,3}x \cdot (CD + DL) = 0,6x + 2\sqrt{0,3}x \cdot DL$$

$$CE = \frac{EF}{BD} \cdot CD = 2x\sqrt{0,3} \quad (\triangle CEF \sim \triangle CDB)$$

$$DL = \frac{0,39 - 0,6x}{2\sqrt{0,3}x}$$

степенная точка для D

$$AD \cdot DK = ED \cdot DL \Rightarrow DL = \frac{AD \cdot DK}{ED} = \frac{0,3 \cdot (DM + MK)}{CD - CE} =$$

$$= \frac{0,3(2x + 0,3)}{(1 - 2x)\sqrt{0,3}}$$

$$\frac{0,39 - 0,6x}{2\sqrt{0,3}x} = \frac{0,3(2x + 0,3)}{(1 - 2x)\sqrt{0,3}}$$

$$\frac{1,3 - 2x}{2x} = \frac{2x + 0,3}{1 - 2x}$$

$$1,3 - 2,6x - 2x + 4x^2 = 4x^2 + 0,6x$$

$$5,2x = 1,3$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{AEF}} = \frac{AD \cdot CD}{CE \cdot EF} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{0,3}}{2x\sqrt{0,3} \cdot 2x} = \frac{0,3}{4x^2} = \frac{0,3}{4 \cdot (\frac{1}{4})^2} = 1,2$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ACD}}{S_{AEF}} = 1,2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x \in (0; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - 5x + 10\pi k = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k$$

$$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos z \in [0; \pi]$$

$$1) x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$5 \arccos(\cos(\pi - (0; \pi] + 2\pi k)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - 5x + 10\pi k = x$$

$$x = \frac{\pi + 10\pi k}{6} = \frac{1 + 10k}{6} \pi$$

$$x = \frac{1}{6}\pi + \frac{5}{3}\pi k; \frac{11}{6}\pi + \frac{5}{3}\pi k; \frac{7}{2}\pi + \frac{5}{3}\pi k$$

$$2) x \in [\frac{\pi}{2}; \pi] + \pi + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$5(x - \frac{\pi}{2} - 2\pi n) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$4x - \pi - 10\pi n = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 10\pi n; \frac{5\pi}{4} + 10\pi n$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{6}\pi + 6\pi k; \frac{11}{6}\pi + 6\pi k; \frac{7}{2}\pi + 6\pi k; \frac{3\pi}{4} + 10\pi n; \frac{5\pi}{4} + 10\pi n, k, n \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

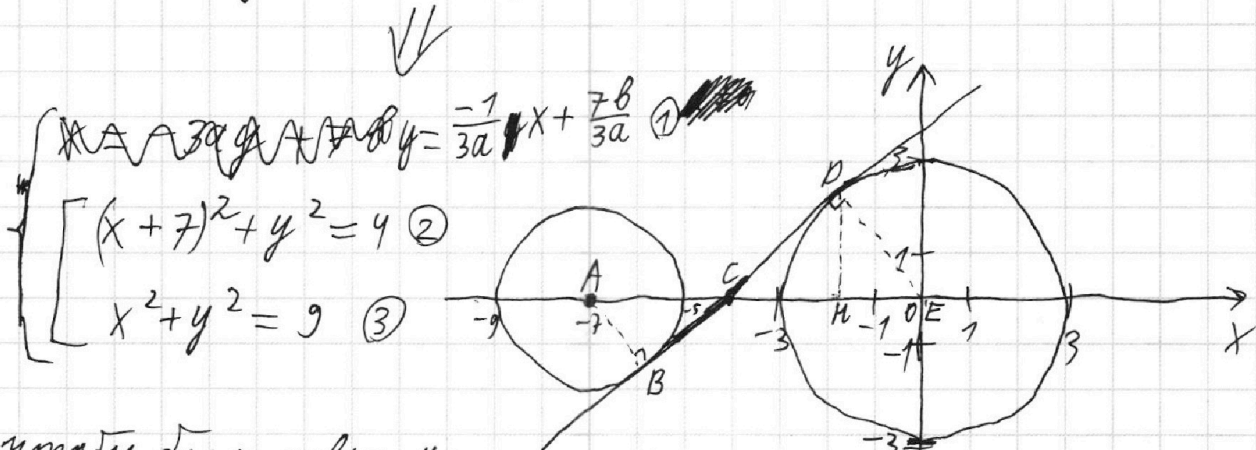
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

1 часть



чтобы было ровно 4 решения, нужно, чтобы прямая ① пересекала окружности ② и ③ в двух точках каждую.

найдем наклон внутренней касательной $y = kx + c$

$$\triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow AC/CE = \frac{AB}{DE} = \frac{2}{3} \quad AC + CE = 7$$

PH — высота на Ox

$$k = \frac{PH}{CH} = \frac{DE}{CD} = \frac{3}{\sqrt{CE^2 - 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{4,2^2 - 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{0,96}} = \sqrt{\frac{25}{24}}$$

$$\triangle CPH \sim \triangle CED$$

если $a=0$, то прямая вертикальная и не может иметь

4 пересеч $\Rightarrow a \neq 0$

$$y = \frac{-1}{3a}x + \frac{7b}{3a} \quad \frac{7b}{3a} - \text{любое, не зависит от } a$$

чтобы прямая могла пересечь обе окр. $-\frac{1}{3a} < k < \frac{1}{3a}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{\frac{25}{24}} > \frac{1}{3a}$~~ ~~$\sqrt{\frac{25}{24}} < -\frac{1}{3a}$~~ $-\sqrt{\frac{25}{24}} < \frac{-1}{3a} < \sqrt{\frac{25}{24}}$

(2 часть)

$$\sqrt{\frac{25}{24}} > \frac{1}{3a} > -\sqrt{\frac{25}{24}}$$

$\sqrt{\frac{25}{24}} > \frac{1}{3a}$ ($a > 0$)
 $\frac{1}{3a} < -\sqrt{\frac{25}{24}}$ ($a < 0$)

$a > \sqrt{\frac{24}{25}} / 3$ $a < -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3$

$$\sqrt{\frac{25}{24}} = \frac{1}{3a}$$

$$a = \sqrt{\frac{24}{25}} / 3$$

$$a \in \mathbb{R} \setminus (-\infty; -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3) \cup (\sqrt{\frac{24}{25}} / 3; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3) \cup (\sqrt{\frac{24}{25}} / 3; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 часть

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} 7^5 - 4 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0, x \neq 1, y > 0, y \neq 1$$

$$t = 6x$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 2 \log_t 7 = 1,5 \log_t 7 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = 2,5 \log_y 7 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 3,5 \log_t 7 = -4 \\ \log_7^4 y + 3,5 \log_y 7 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 3,5 \log_t 7 = -4 \\ \log_7^4 y + 3,5 \log_y 7 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 3,5 \log_t 7 = -4 \\ \log_7^4 y + 3,5 \log_y 7 = -4 \end{cases}$$

$$a = -\log_7 t \quad b = \log_7 y$$

$$\begin{cases} a^4 + \frac{3,5}{a} = -4 \\ b^4 + \frac{3,5}{b} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^5 + 4a + 3,5 = 0 \\ b^5 + 4b + 3,5 = 0 \end{cases}$$

уравнение вида $x^5 + 4x + 3,5 = 0$ имеет ровно
одно корень, т.к. функция в левой части
строго возраст. ~~строгая~~, непрерывная и
принимает значения от $-\infty$ до $+\infty \Rightarrow$

$\Rightarrow a = b$

$-\log_7 t = \log_7 y$

$$\Rightarrow a = b$$

$$-\log_7 t = \log_7 y$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2 балла

$$-\log_7 6x = \log_7 y$$

$$\log_7 \frac{1}{6x} = \log_7 y$$

$$\frac{1}{6x} = y$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } xy = \frac{1}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 часть

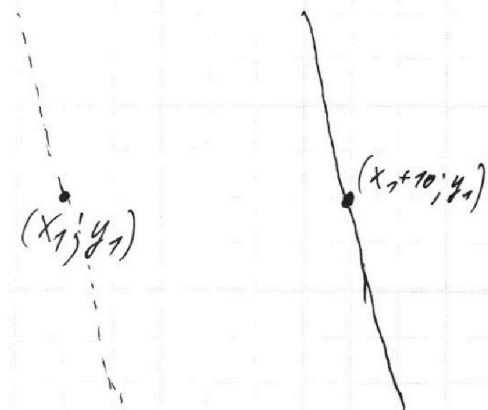
$$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 10$$

$$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 10$$

допустим мы знаем (x_1, y_1) , тогда ^{точка} ~~если~~ $x_2 = x_1 + 10$,
 $y_2 = y_1$ подходит (равенство выполняется), тогда
если есть другая ~~точка~~ ^{точка} подходящая точка (x_3, y_3) ,
где $x_3 = x_2 + \Delta x = x_1 + 10 + \Delta x$ и $y_3 = y_2 + \Delta y = y_1 + \Delta y$,
тогда необходимым и достаточным условием
на Δx и Δy будет ~~тогда~~ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -4$, чтобы
равенство продолжало выполняться, тогда для
точки (x_1, y_1) можно сказать, что все
точки (x_2, y_2) лежат на прямой ~~$y - y_1 = -4(x - x_1 + 10)$~~
 $(y - y_1) = -4(x - x_1 - 10)$

аналогично можно сказать, что если
мы знаем (x_2, y_2) , то все точки (x_1, y_1)
 (x_1, y_1) будут лежать на
прямой $(y - y_2) = -4(x - x_2 + 10)$

В итоге можно сказать, что любые две точки
на ~~прямых~~ двух прямых вида $y = -4x + b$, которые
~~отличаются~~ получаются друг из друга сдвигом по



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2 часть
 Ox на 10 (точки на разных прямых) подходит условию. И ~~то~~ наоборот если две точки не лежат на прямой вида $y = -4x + b$, ~~то~~ которые получаются сдвигом друг друга по Ox на 10, то они не подходят.

Заметим, что 2 стороны параллелограмма лежат на прямой вида $y = -4x + b$. ($\frac{68}{-17} = -4$)

рассмотрим пару отрезков с наклоном -4 и $0 \leq y \leq 68$, а также проходящих через ~~целочисленные~~ точки с целыми коорд., ~~на этих отрезках~~

если y при $x=0$ целой, то на прямой будет по 18 целочисленных точек (всего 18^2 пар),
(пара ~~отрезков~~ 1 вида)

иначе по 17 (17^2 пар) ← (пара отрезков 2 вида)

всего пар отрезков 1 вида ~~тогда~~ $19 - 0 + 1 = 20$, а

пар отрезков ~~второго~~ ² вида $19 \cdot 3 = 57$

Общее кол-во пар равно $20 \cdot 18^2 + 57 \cdot 17^2 =$

$= 20 \cdot 324 + 57 \cdot 289 = 6480 + 16473 = 22953$

Ответ: 22953

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$0,39 = CE \cdot CL = 2 \times CD \cdot (CD + DL) = 0,6x + 2 \times \sqrt{0,3} \cdot PL$$

$$0,3 \cdot (2x + 0,3) = (1 - 2x) CD \cdot DL$$

$$\frac{\sqrt{0,3} (2x + 0,3)}{1 - 2x} = \frac{0,39 - 0,6x}{2x}$$

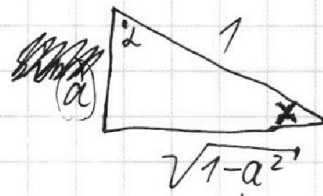
$$1,2x^2 + 0,18x = 0,39 - 0,78x \quad | +0,6x + 1,2x^2$$

$$0,78 \cdot 2x = 0,39$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{0,3}{4x^2} = 1,2$$

$$\sin x = a$$

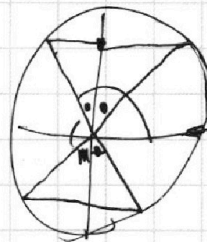


$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - 6x = 0 \quad \begin{array}{r} x \cdot 289 \\ 57 \\ \hline 2023 \\ 1445 \\ \hline 16473 \end{array}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$



$$\cos \alpha = \sin x$$

$$\alpha = \arccos(\sin x)$$

$$\alpha = 90^\circ - x$$

$$\begin{array}{l} 180^\circ + k \\ 270^\circ + k \\ 180^\circ - k \end{array}$$

$$((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$y = \frac{-1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

$$x = -3ay + 7b$$

$$\begin{array}{r} 20 \cdot 324 + 57 \cdot 289 = \\ 6480 \quad 16473 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^5 + 4a = -3,5 \\ (a^4 + 4)a = -3,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4,2^2 - 3^2 = (1,4^2 - 1) \cdot 3^2 = \\ = 0,96 \cdot 3^2 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

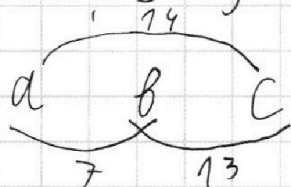
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

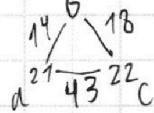
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 ab &: 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 14 \\
 bc &: 2 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 18 \\
 ac &: 2 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 43
 \end{aligned}$$



$$32 \cdot 14 + 18 + 43 = 75$$

$$= 176$$



$$\frac{0,3}{CD} = \frac{CD}{1}$$

$$\begin{aligned}
 CD &= \sqrt{0,3} \\
 AC^2 &= 0,3 + 0,3^2 \\
 &= 0,39
 \end{aligned}$$

для C:

$$0,39 = 2 \cdot CD \cdot (1 - 2x) \cdot CD + 2x$$

для D:

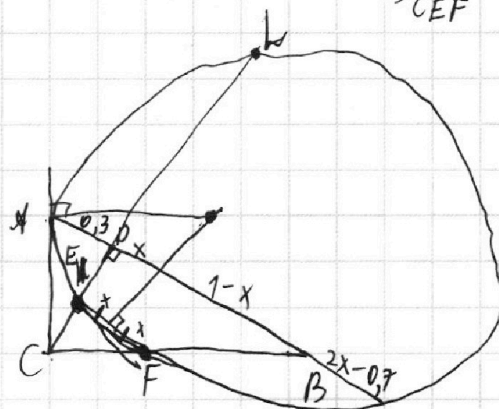
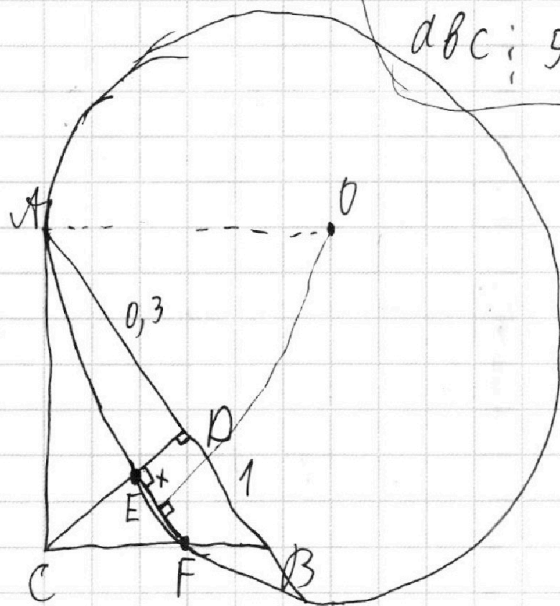
$$0,3 \cdot (x + 0,3) = (1 - 2x) \cdot CD \cdot DL$$

$$2(a+b+c) \cdot d^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{34}$$

$$abc : 2 \cdot 17$$

$$abc : 3 \cdot \sqrt[4]{3/27} = 22 = 3$$

$$abc : 5 \cdot \sqrt[7]{5/27} = 5^{38}$$



$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 \cdot CD}{CE \cdot \frac{2x}{CF}}$$

$$\frac{0,3(2x+0,3)}{(1-2x)CD} = \frac{0,39}{2x \cdot CD} - (1-2x)CD$$

$$\frac{0,3(2x+0,3)}{1-2x} = \frac{0,39}{2x} - 0,3(1-2x)$$

$$CD = \sqrt{(0,3+x)(1-x)} = \sqrt{0,3+0,3x-x^2}$$

$$EP = \frac{1-2x}{1} \cdot CD = (1-2x) \cdot \sqrt{0,3}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{0,3} \cdot CD}{\frac{2x}{1} \cdot CD \cdot 2x} = \frac{0,3}{4x^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \left(x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right] \right) + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi - 5x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$5 \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \left(x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi \right] \right) + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \frac{8\pi}{2} = 4\pi$$

$$x = \pi$$

$$5 \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \left(x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right) \right) + 2\pi l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$4x = 4\pi$$

$$x = \pi$$

$$+\frac{10\pi}{6} = 1\frac{2}{3}\pi = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6}\pi \quad \frac{11}{6}\pi$$

$$\frac{21}{6} = 3,5$$

$$x = 1,75\pi$$

$$\downarrow$$

$$\frac{31}{6} = 5\frac{1}{6} \quad 1\frac{2}{3}$$

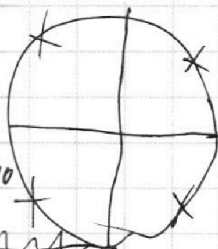
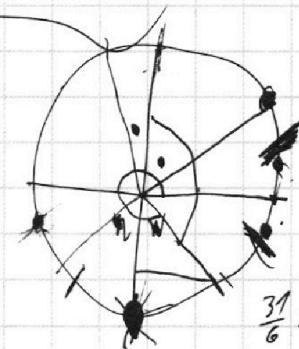
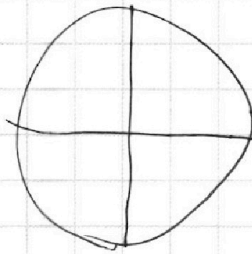
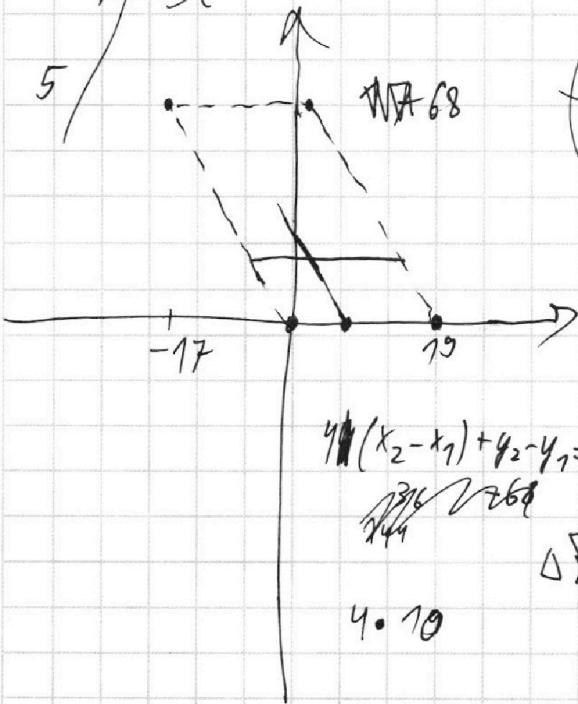
$$\frac{21}{6} = 3,5 \quad -\frac{1}{3}$$

$$\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{6}\pi$$

$$x - \frac{\pi}{2} - 2\pi k \quad 4\pi$$

$$\frac{21}{6}\pi$$



$k=0, 1, 2,$

$$4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$$

$$316 \quad 269$$

$$4 \cdot 10$$

$$\Delta x + \Delta y = 10$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!