



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC:CB=7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

9

Пусть $a = 2^x \cdot 7^y$; $b = 2^z \cdot 7^w$; $c = 2^m \cdot 7^n$

Получа
$$\begin{cases} x+z \geq 14 \\ z+m \geq 17 \\ x+n \geq 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 14-z \\ z \geq 17-m \\ m \geq 20-x \end{cases} \Rightarrow 2(x+z+m) \geq 51$$

т.к. x, z, m целые
 $u \geq 0$, то

$$x+z+m \geq 26$$

Пример, когда $x+z+m = 26$:

$$x=9; z=5; m=12$$

$$x+z=14$$

$$z+m=17$$

$$x+n=20$$

и

$$y+w \geq 10$$

$$w+n \geq 17$$

$$y+n \geq 37$$

$\Downarrow$

$$y+n+w \geq 37$$

Пример, когда $y+n+w = 37$:

$$y=17; w=0; n=20$$

$$17+0 \geq 10$$

$$0+20 \geq 17$$

$$17+20 \geq 37$$

Итак $\min abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~а) б)~~ Если $\frac{a}{b}$ — целая дробь, то $\text{НОД}(a; b) = 1$

Тогда нам нужно найти максимальный

$$\text{НОД}(a+b; a^2+b^2-bab), \quad a^2+b^2-bab = (a+b)^2 - 8ab$$

Если a и b взаимно просты, то у числа $a+b$ нет
ни каких общих делителей с числом a и b , значит

$\text{НОД}(a+b; ab) = 1$. Попробуем на выражение $(a+b)^2 - 8ab$
любого делителя $a+b$:
по модулю $a+b$: $(a+b)^2 - 8ab \equiv 0 - 8 \equiv -8$.

Значит максимальное число n , на которое можно
сократить $a+b$ и a^2+b^2-bab не больше

больше. Пример для $n=8$: сокращаем на 8

$$\frac{5+3}{5^2-6 \cdot 5 \cdot 3+3^2} = \frac{8}{25-90} = \frac{8}{-65} \Rightarrow \frac{1}{-8}$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Отсюда $X \approx \frac{-50 + \sqrt{2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{98}$
ищем:
знамен $AB = 8 \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{98}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\text{Пусть } a = 2x^2-5x+3 \cdot \frac{2x^2+2x+1}{2} =$$

$= 2x^2-1,5x+2$; ~~тогда~~ тогда наше ур-е имеет
вир:

$$\sqrt{a-3,5x+1} - \sqrt{a+3,5x-1} = 2-7x$$

возведем всё в квадрат:

$$2a - 2\sqrt{a^2 - (3,5x+1)^2} = (7x-2)^2$$

$$2a - \sqrt{4a^2 - (7x-2)^2} = (7x-2)^2$$

$$\text{пусть } b = 7x-2:$$

$$2a - \sqrt{4a^2 - b^2} = b^2 \Rightarrow 2a - b^2 = \sqrt{4a^2 - b^2} \cdot (\text{оба возведем}$$

$$\text{в квадрат: } 4a^2 - 4ab^2 + b^4 = 4a^2 - b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^4 - b^2(4a-1) = 0 \Rightarrow b^2(b^2 - 4a + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (7x-2)^2 ((7x-2)^2 - 4a + 1) = 0$$

Сначала решим это ур-е и потом проверим корни на
исходном:

$$1) 7x-2=0$$

$$7x=2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$2) 49x^2 - 14x + 4 + 1 - 8x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$41x^2 - 12x - 3 = 0$$

$$49x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$D = 64 + 12 \cdot 49$$

$$x_1 = \frac{8 + \sqrt{64 + 12 \cdot 49}}{82}$$

$$41x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 41$$

$$x_1 = \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 41}}{82}$$

$$x_2 = \frac{8 - \sqrt{64 + 4 \cdot 41}}{82}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Проверим $x = \frac{2}{7}$:

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$D = 1$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1.5$$

$$x \in [-0.5; 1] \cup (1.5; +\infty)$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$D < 0$$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3} + 3 - \sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{4}{7} + 1} = 0$$

$$2 \cdot \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3 = 2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{4}{7} + 1$$

$$2 = 2, \quad \checkmark$$

$$2) \quad x_1 = \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82}$$

$$\sqrt{2 \cdot \left(\frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} \right)^2 -}$$

$$2 - 7 \cdot \left(\frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} \right) < 0.$$

$$\text{значит } 2 - 2 \cdot \left(\frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} \right) > 0.$$

$$\text{значит } \sqrt{2 \cdot \left(\frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} \right)^2 -}$$

$$- 5 \cdot \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} + 1 - \sqrt{2 \cdot \left(\frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} \right)^2 + 2 \cdot \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82}}$$

< 0 , а значит корень нам подходит. Так корни

x_1, x_2, x_3 можно считать корнями уравнения

$$\left| \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right| = |2 - 7x| \quad \text{и} \quad \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} < \frac{8 + 24}{82} < 1$$

$$3) \quad x_2 = \frac{8 - \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82} < 0$$

$$2x_2 < 0, \text{ значит } 2 - 7x_2 > 0, \text{ следовательно}$$

$$2x_2^2 - 5x_2 + 3 > 2x_2^2 + 2x_2 + 1, \text{ поэтому этот корень нам подходит и } x_2 \notin [1; 1.5]$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7}, \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82}, \frac{8 - \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 47}}{82}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

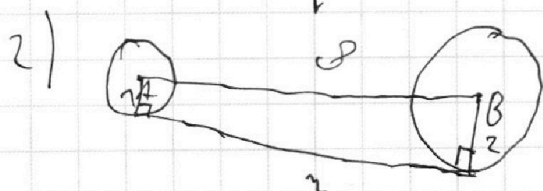
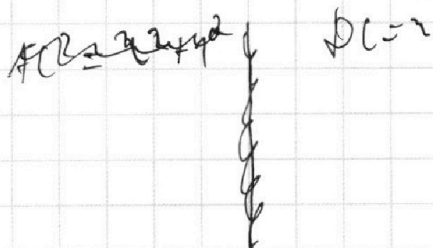
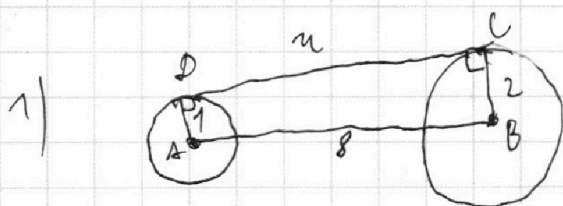
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

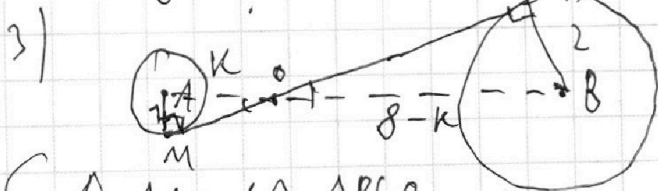
Следовательно, чтобы было ровно 2 решения, то
прямая $y = ax + 10$ ^{должна} касаться обеих окру-
жностей. Рассмотрим все ^{возможные} касательные этих
окружностей и найдем все возможные
значения a :



Имеем 2 касательные

пересекающиеся, значит в этом случае

$$a = -\frac{\sqrt{63}}{8}$$

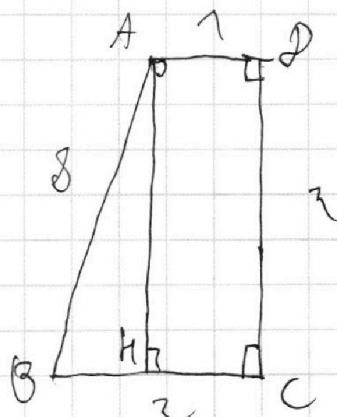


$$\begin{cases} \triangle AMO \sim \triangle BCO \\ \text{по 2 углам} \\ AO = k; OB = 8 - k. \end{cases} \Rightarrow \frac{8-k}{k} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{8-k}{k} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{8}{k} - 1 = 2$$

$$\frac{8}{k} = 3, k = \frac{8}{3}$$



$AD = DC$, так $AD \perp BC$ -
высота.

Значит $AC = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$

$BC = 2 - CH$, $CH = AD$, так
 $AD \perp BC$ - высота, значит

$$AC = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$$

равноудален
к - центр
касания a :

Значит это рав-
ноудален

$$y = ax, \text{ где } 8$$

точке $x=0, y=8$

каждо 0, а в точке $x=8$

$y \neq$ равно $\sqrt{63}$:

$$\sqrt{63} = 8a$$

$$a = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

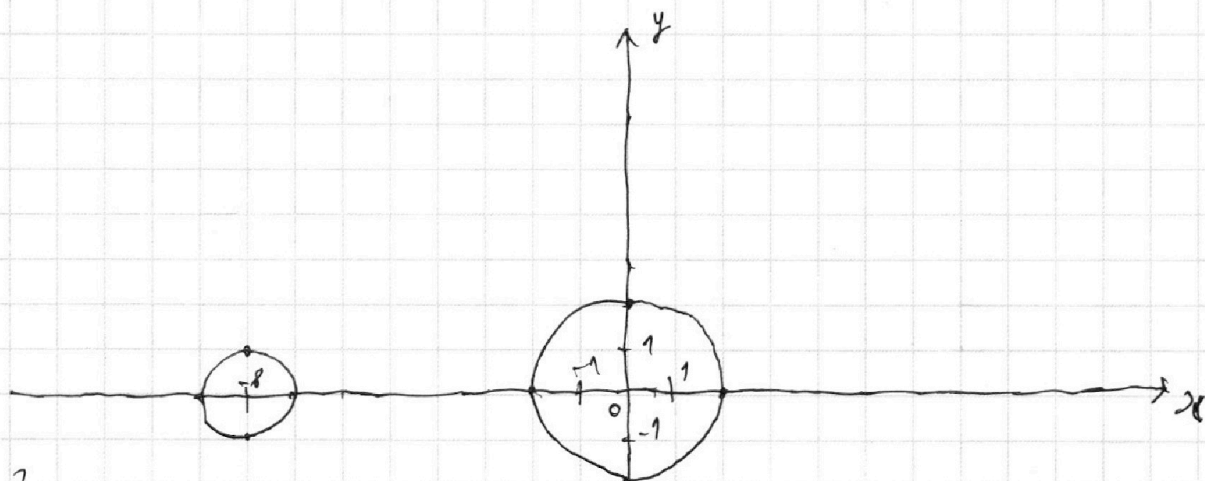
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$



Заметим, что две точки $(x; y)$

~~на~~ находятся ~~внутри~~
одной из окружностей
(они ~~ни~~ никак не пересекаются),
то она подходит условию:

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

Т.к. ~~для~~ одной ~~точке~~ она ~~находится~~ одна точка
будет положительна, а другая ≤ 0 .

Значит если прямая $y = ax + 10b$ пересекает одну
окружность в двух точках, то тогда решений будет
бесконечно много. Если же прямая $y = ax + 10b$
не проходит через окружности или же касается
только одной из них, то тогда решений ≤ 1 .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Известно } MO^2 = \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 1} ; \quad CO^2 = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 4}$$

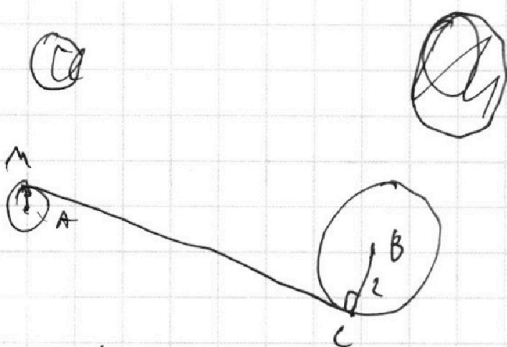
$$\text{Отсюда } CM = 3\sqrt{\frac{64-9}{9}} = \sqrt{55}$$

Найдём a :

$$\sqrt{55} = 8a$$

$$a = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

4)



Скорее всего 4 симметричны третьей, поэтому $a = -\frac{\sqrt{55}}{8}$

Других общих касательных у этих окружностей нет, значит мы нашли все значения a , поэтому это позволит то в $y = ax + 10$ может параллельно перенести нашу прямую в любую прямую параллельной нашей.

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{\sqrt{55}}{8}; \pm \frac{\sqrt{55}}{8}; \pm \frac{\sqrt{55}}{8}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

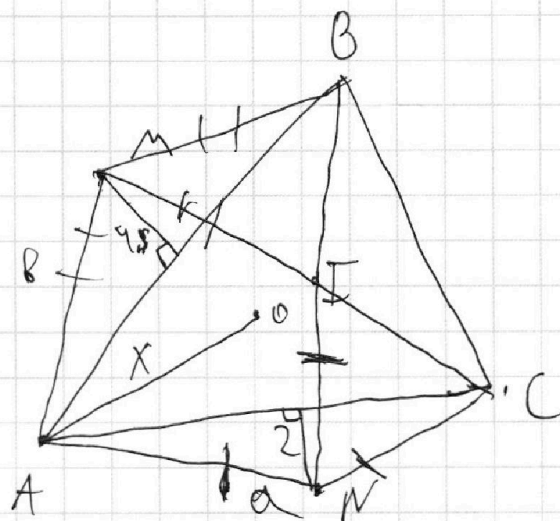
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр
оттеночной

по линии O пересекает $NI = NC = AN$ и $IM = MB =$
 $= AM$. Пусть $OA = x$, тогда $AC^2 = 2x^2 - 2 \cos 2B x^2$
и $AN^2 = 2x^2 - 2 \cos 2B x^2$, $AC^2 = 2AN^2 + 2 \cos B \cdot AN^2 =$
 $= (4x^2 - 4 \cos 2B x^2) (1 + \cos B)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$a-b = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$a^2 - 4ab + b^2 = a^2 - b^2$$

$$4 - 4ab + (4a-1) = 0$$

$$4a^2 - 4ab + b^2 = 4a^2 - 4a$$

$$955 = 96h + 0.2h = 96h + 0.2h$$

$$96h + 0.2h = 96h + 0.2h$$

$$a-b = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$a-b = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$4x^2 - 4x + 4 = 4x^2 - 4x + 4$$

$$a-b = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$a-b = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$4a^2 - 4a + b^2$$

$$l = 2x$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

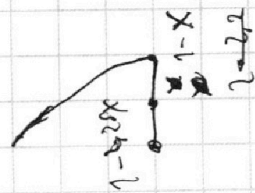
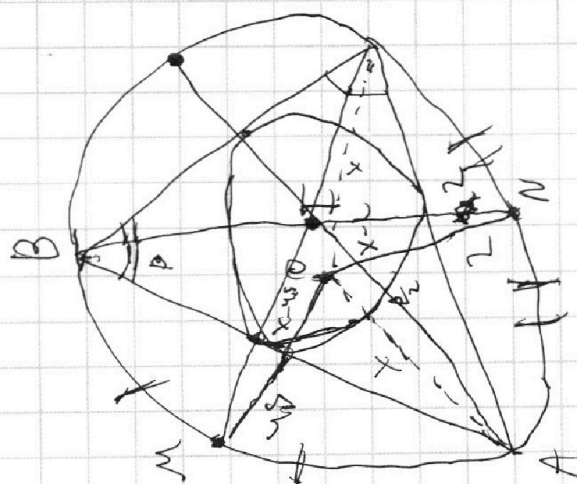
$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 25$$



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 = 2$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2$$

$$(x+1) + x$$

$$2a - 2\sqrt{a^2 - (3.5a-1)^2} \geq$$

$$= 4 - 4x + 4x^2$$

$$2a - 2\sqrt{a^2 - \frac{(3.5a-1)^2}{4}} = b^2$$

$$2a - 2\sqrt{a^2 - \frac{(3.5a-1)^2}{4}} = b^2$$



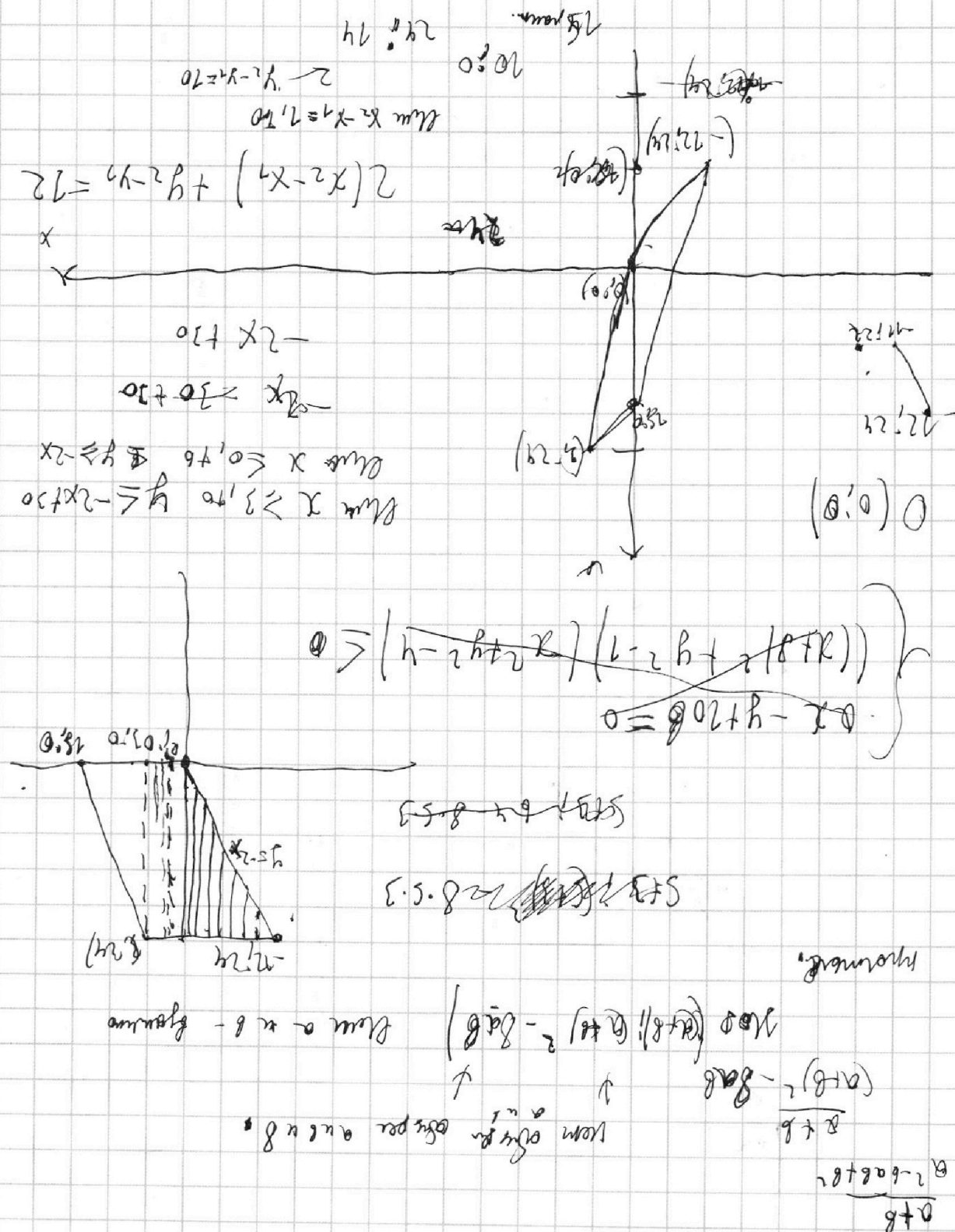
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a, b делится на $2^{14} \cdot 7^{10}$
 b, c делится на $2^{17} \cdot 7^{17}$
 a, c делится на $2^{20} \cdot 7^{37}$

$a, b, c \min = ?$

$$a = 2^x \cdot 7^y$$

$$b = 2^z \cdot 7^w$$

$$c = 2^m \cdot 7^n$$

$$x+z \geq 14$$

$$z+m \geq 17$$

$$x+m \geq 20$$

$$y+w \geq 10$$

$$w+n \geq 17$$

$$y+n \geq 37$$

$$\min x+y+z$$

$$m-x=3$$

$$x+m \geq 20$$

$$x \Rightarrow x+3$$

$$2x+3 \geq 20$$

$$2x \geq 17$$

$$x_{\min} = 9$$

$$m_{\min} = 12$$

$$z_{\min} = 5$$

$$26$$

$$x+z \geq 14$$

$$z+m \geq 17$$

$$x+m \geq 20$$

$$x \geq 14-z$$

$$z \leq 14-x$$

$$m \geq 17-n$$

$$x \geq 20-m$$

$$x+z+m \geq 51-x-z-n$$

$$2(x+z+m) \geq 51$$

$$x+z+n \geq \frac{51}{2}$$

$$x+z+m \geq 26$$

$$y = 10-w$$

$$10-w+n=17$$

$$a+b$$

$$a^2-6ab+b^2$$

$$a+b$$

$$(a-b)^2-3ab$$

$$\text{нов. кор } (a+b)(a-b)^2-3ab$$

$$(a+b)(a-b)^2-3ab$$

$$y \geq 10-w$$

$$w \geq 17-n$$

$$n \geq 37-y$$

$$2(y+w+n) \geq$$

$$\geq 64$$

$$y+w+n \geq 32$$

$$y+w+n \geq 37$$

$$y \geq 37-n$$

$$y \geq 37-n$$

$$17+20$$

$$\frac{a}{b} - \text{несократимая}$$

$$\text{нов. м.д.}$$

$$\text{кор } (a, b) = 7$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

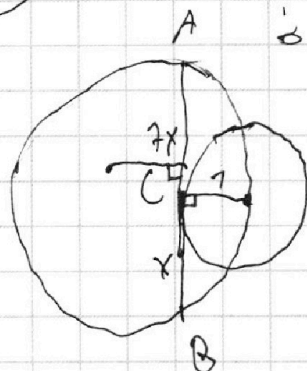
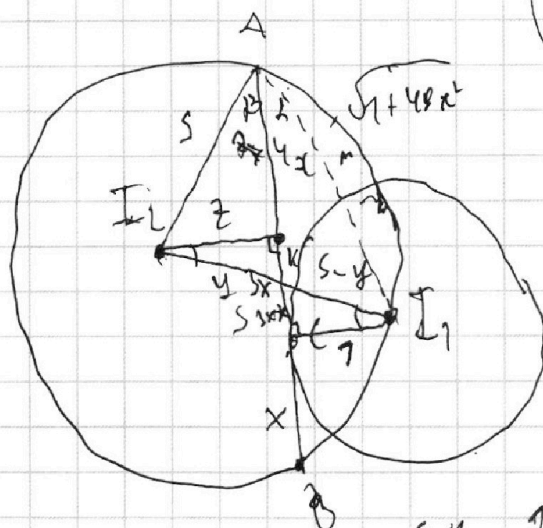
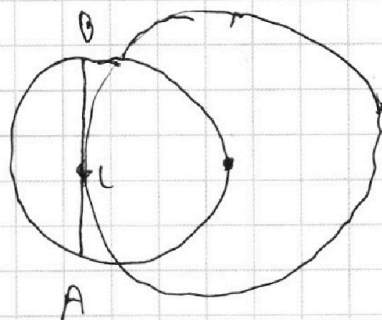
МФТИ



N=4

$$AC:LB=7$$

$$AB=?$$



$$a - 3,5x + 1 + a + 7,5x - 1 + \sqrt{a^2 - (1,5x - 1)^2} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 2x + 1 = 2 - 7x$$

$$\sqrt{x^2 - 5x + 9} + 2x^2 + 2x + 1 =$$

$$\sqrt{a - 3,5x + 1} + \sqrt{a + 7,5x - 1} = 2 - 7x$$

$$z = \sqrt{25 - 16x^2}$$

$$m = \sqrt{1 + 49x^2}$$

$$\frac{1}{5 - y} = \frac{\sqrt{25 - 16x^2}}{y}$$

$$\frac{5 - y}{y} = \frac{1}{z} = \frac{3x - k}{K}$$

$$\frac{3x - k}{K} = \frac{1}{\sqrt{25 - 16x^2}}$$

$$K = (3x - k) \sqrt{25 - 16x^2}$$

$$K^2 = (3x - k)^2 (25 - 16x^2)$$

$$K^2 = (9x^2 - 6xk + k^2) (25 - 16x^2)$$

$$25 = 25 + 149x^2 - 2 \cdot \left(\frac{28x^2}{5\sqrt{149x^2}} - \frac{4x}{5\sqrt{149x^2}} \right) \cdot 5 \cdot \sqrt{149x^2}$$

$$1 + 49x^2 - 56x^2 + 8x = 0 \quad 5 = 64 + 49x^2 = 64 + 28 = 92 \quad 50 = \sqrt{92}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 49x^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{4x}{5}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{28x^2}{5\sqrt{149x^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{149x^2}} \cdot \frac{4x}{5} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left((x+y)^2 + y^2 - 1 \right) (x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\frac{y}{1-\cos \varphi} - \frac{y}{1-\cos \varphi} \cdot \cos \varphi = \frac{y}{1-\cos \varphi} - \frac{y}{1-\cos \varphi} \cdot \cos \varphi$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$\sqrt{2b^2 + 2\cos \beta b^2}$$

$$\frac{2\sqrt{2+2\cos \beta} \cdot 2}{2} = \frac{2\sin \frac{\beta}{2} \cdot b}{2}$$

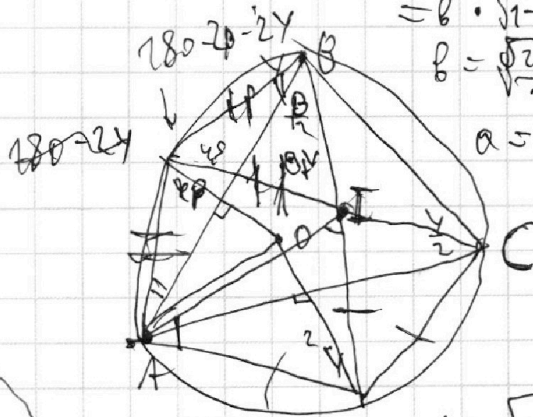
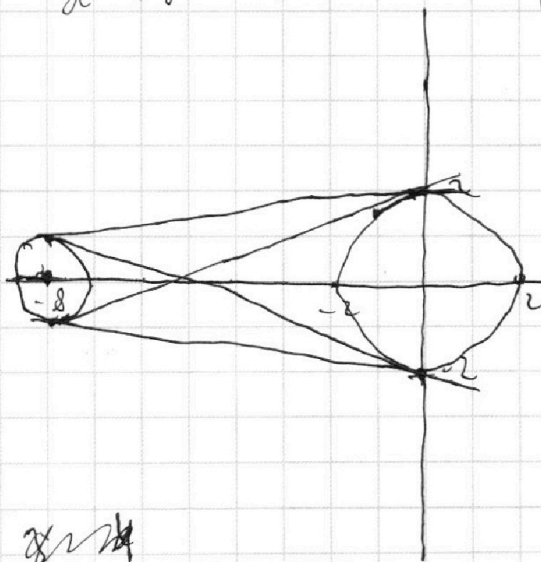
$$AB = 4$$

$$b\sqrt{2+2\cos \beta} = b \cdot 2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

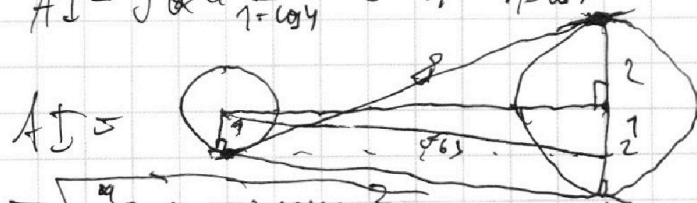
$$\sqrt{2+2\cos \beta} = 2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

$$b = \frac{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}}$$

$$a = \sqrt{\frac{2}{1-\cos \varphi}}$$



$$AI = \sqrt{a^2 \frac{y}{1-\cos \varphi} - 2 \cdot \cos \beta \cdot \frac{2}{1-\cos \varphi}}$$



$$AI = \sqrt{\frac{4}{1-\cos \beta} - 2 \cos \varphi \cdot \frac{2}{1-\cos \beta}}$$

$$y = ax + b$$

$$(x_2 - x_1) = 12$$

$$64 - 1 = 63$$

$$\sqrt{63}$$

$$y = ax + b$$

$$-\sqrt{63} = a \cdot 8$$

$$a = \frac{-\sqrt{63}}{8}$$

$$\sqrt{64 - 9} = \sqrt{55}$$

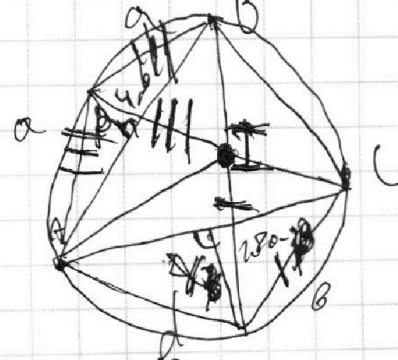
$$2x_2 - 2x_1 = 12 - y_2 + y_1 - \sqrt{55} = -8a$$

$$2x_2 - 2x_1 = 12 - a \cdot 2 \cdot 8 + a \cdot \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$2(x_2 - x_1) = 12 - a(2 \cdot 8 - \frac{\sqrt{55}}{8})$$

$$AB = \sqrt{a^2 + 2 \cos \varphi a^2}$$

$$AC = \sqrt{2b^2 + 2 \cos \beta b^2}$$



$$280 - 2\beta - 2\gamma$$

$$\frac{2\sin \frac{\beta}{2} \cdot b^2}{2} + \frac{2\sin \frac{\gamma}{2} \cdot b^2}{2}$$

$$(280 - 2\beta - 2\gamma) \frac{2\sin \frac{\beta}{2} \cdot a^2}{2} + \frac{2\sin \frac{\gamma}{2} \cdot b^2}{2}$$

$$AI =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

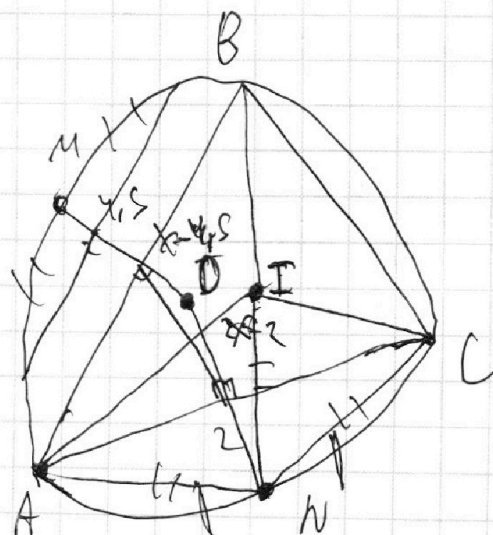
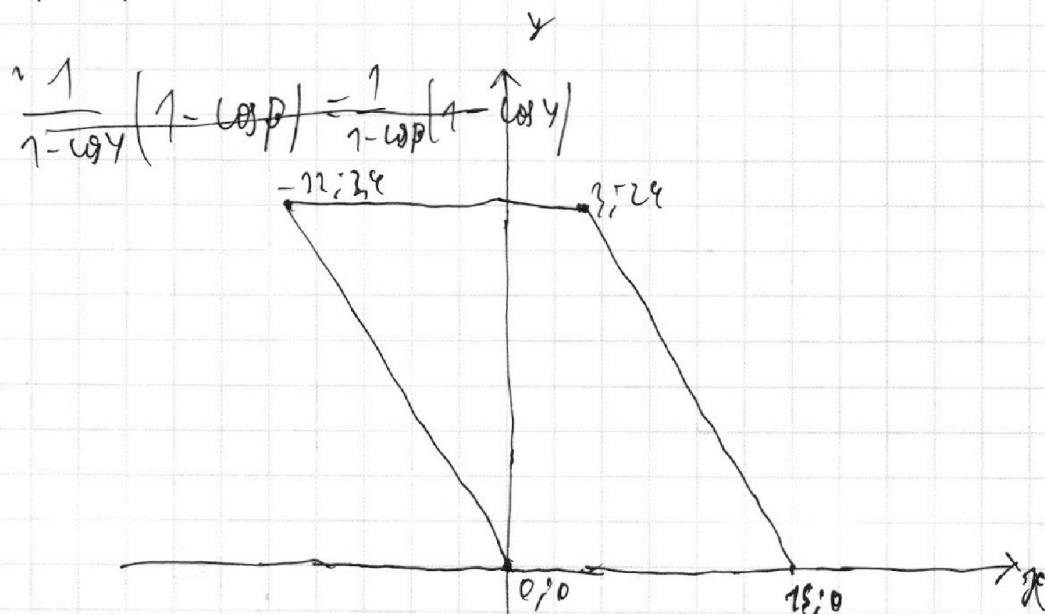
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{1-\cos \gamma} - \frac{1}{1-\cos \beta} = \frac{1}{1-\cos \beta} - \frac{1}{1-\cos \beta} \cdot \cos \gamma$$



$$(x_2 - x_1) = R$$

$$x_2 - x_1$$

$$y = ax + 10b$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+10)^2 + y^2 - 1) / (x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$\cos \alpha = 1 - x$$

$$\cos \beta = 1 - 2,25x$$

$$\cos \gamma = \cos 3\pi$$