



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k_1, \quad k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot k_2, \quad k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot k_3, \quad k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$abc \text{ как минимум } : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

Заметим, что:

$$(abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{52} \cdot 5^{52} \cdot k_1 k_2 k_3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow k_1 k_2 k_3$ как минимум $: 3$, т.е.

$k_1 k_2 k_3 = 3m$. \Rightarrow м.к. между abc - четвёрка.

$$\Rightarrow (abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52} \cdot m$$

Т.к. m - можно брать любым удобным образом

\Rightarrow определим m :

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \cdot m, \text{ но мы знаем, что}$$

$$abc : 5^{28} \Rightarrow abc_{\min} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad (\text{при } m=5^2)$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Сур 1 из 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos = 9\pi - 2x$$

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x$$

$$\text{ОДЗ: } 0 \leq 0,9\pi - 0,2x \leq \pi$$

$$-0,9\pi \leq -0,2x \leq 0,1\pi$$

$$-0,1\pi \leq 0,2x \leq 0,9\pi$$

$$-0,5\pi \leq x \leq 4,5\pi$$

$$\arccos(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \cos(0,9\pi - 0,2x)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{2\pi}{5} - 0,2x\right)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5} - 0,2x\right) - \sin x = 0 \quad \left| 2 \sin\left(\frac{2\pi}{5} - 1,2x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{5} + 0,8x\right) \right|$$

$$2 \sin\left(\frac{2\pi}{5} - 1,2x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{5} + 0,8x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5} - 1,2x\right) = 0 \quad \text{или} \quad \cos\left(\frac{2\pi}{5} + 0,8x\right) = 0$$

$$\frac{2\pi}{5} - 1,2x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x \in [0,5\pi; 4,5\pi]$$

$$1,2x = \frac{2\pi}{5} - \pi n \quad | \cdot \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} - \frac{5}{6} \pi n$$

$$\frac{2\pi}{5} + 0,8x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$0,8x = \frac{5\pi}{10} - \frac{4\pi}{10} + \pi k \quad | \cdot \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{5\pi k}{4}$$

Смр 1 и 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Rightarrow -0,5\pi \leq \frac{\pi}{3} - \frac{5\pi n}{6} \leq 4,5\pi \quad | \cdot \frac{6}{\pi}$$

$$-3 \leq 2 - 5n \leq 27$$

$$-5 \leq -5n \leq 25$$

$$-5 \leq n \leq 1$$

$$n \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$-0,5\pi \leq \frac{\pi}{8} + \frac{5\pi k}{4} \leq 4,5\pi \quad | \cdot \frac{8}{\pi}$$

$$-4 \leq 1 + 10k \leq 36$$

$$-5 \leq 10k \leq 35$$

$$-0,5 \leq k \leq 3,5$$

$$k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

$$n = -5 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{6} + \frac{25\pi}{6} = \frac{27\pi}{6} = 4,5\pi$$

$$n = -4 \Rightarrow x = \frac{22\pi}{6} = \frac{11\pi}{3}$$

$$n = -3 \Rightarrow x = \frac{17\pi}{6}$$

$$n = -2 \Rightarrow x = 2\pi$$

$$n = -1 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

$$n = 0 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

$$n = 1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \frac{11\pi}{8}$$

$$k = 2 \Rightarrow x = \frac{21\pi}{8}$$

$$k = 3 \Rightarrow x = \frac{31\pi}{8}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ 4,5\pi, \frac{11\pi}{3}, \frac{17\pi}{6}, \right.$$

$$\left. 2\pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{21\pi}{8}, \frac{31\pi}{8} \right\}$$

Смр 2 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

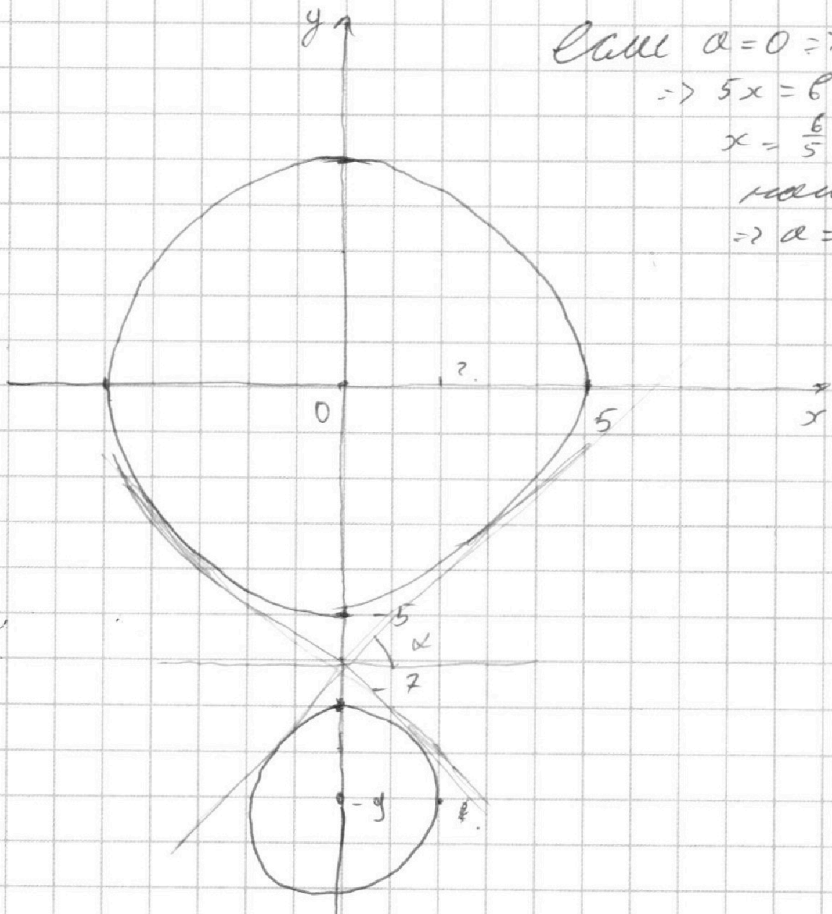
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Стр 1 из 4.

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0. & (1) \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0. & (2) \end{cases}$$

(2) $x^2 + y^2 = 25$ или $x^2 + (y+9)^2 = 4$.



Если $a=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5x = b.$$

$$x = \frac{b}{5} - \text{можно}$$

найти макс.в.

$$\Rightarrow a=0 - \text{уд.}$$

$$l: y = \frac{-5x + b}{6a}.$$

l с коэф. $-\frac{5}{6a}$ всегда пересекает окружности $x^2 + y^2 = 25$ и $x^2 + (y+9)^2 = 4$ в 4 разных точках.

Движение по ~~одной~~ оси y осечется из-за счт $b \Rightarrow$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\operatorname{tg} \angle BOC = \operatorname{tg} \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{14} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \quad \text{Стор 3 из 4}$$

$$\operatorname{tg} \left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$-\frac{4\sqrt{2}}{7} < -\frac{5}{6a} < \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$-\frac{24\sqrt{2}}{35} < \frac{1}{a} < \frac{24\sqrt{2}}{35}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{24\sqrt{2}}{35} \leq \frac{1}{a} \quad \text{①} \quad | \cdot a \neq 0. \quad -\frac{24\sqrt{2}a}{35} - 1 < 0. \\ \frac{1}{a} < \frac{24\sqrt{2}}{35} \quad \text{②} \end{array} \right.$$

$$\text{①} \quad \frac{24\sqrt{2}a + 35}{35} > 0$$

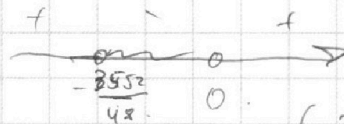
$$a > -\frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$a > -\frac{35\sqrt{2}}{48}$$

$$\text{②} \quad -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \quad a \neq 0$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{7} + \frac{5}{6a} < 0$$

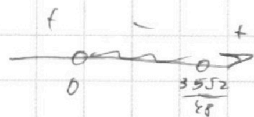
$$\frac{24\sqrt{2}a + 35}{a} < 0$$



$$a \in \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}; 0 \right)$$

$$\text{②} \quad -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\frac{a \cdot 24\sqrt{2} - 35}{a} < 0$$



$$a \in \left(0; \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$$

= 5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

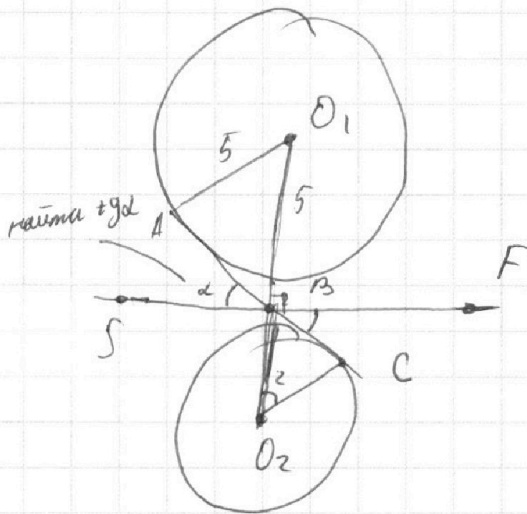


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow достаточно чтобы $|\operatorname{tg} \angle (l_1, O_2)| > \operatorname{tg}$ *Стор 2 из 4*
общих касательных.

касательных. ~~мысль~~ $\Rightarrow |-\frac{5}{6a}| > \operatorname{tg}$ обш. кас.

найдем его:



Рассм. $\triangle O_1 A B$ и $\triangle O_2 C B$:

$\angle O_2 B C = \angle O_1 B A$ - вертикал.

$\angle O_1 A B = \angle O_2 C B = 90^\circ$ (радиус перпенд. касат.) $\Rightarrow \triangle O_1 A B \sim \triangle O_2 C B$
по двум углам.

$$OK = \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{O_1 B}{O_2 B} = \frac{5}{2} \Rightarrow O_1 B = \frac{45}{7}$$

$$O_1 O_2 = 9 \Rightarrow O_2 B = \frac{18}{7}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \angle A B S = \operatorname{tg} \angle B O_2 C$$

$$BC = \sqrt{\frac{324}{49} - \frac{198}{49}} = \frac{8\sqrt{2}}{7} \text{ (по сл. из } \triangle \text{ гипотенуз)}$$

\Rightarrow

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $a \in \emptyset \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$ Стр 4 из 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_{11} x = a, \quad x > 0, \quad x \neq 1 \Rightarrow a \neq 0.$$

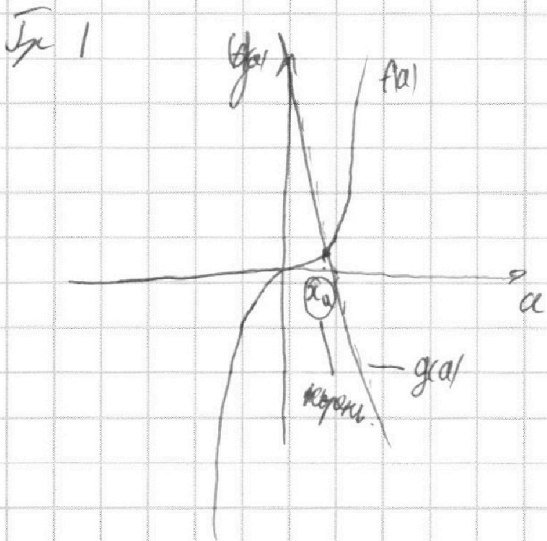
$$\log_{11} 0.5y = b, \quad y > 0, \quad y \neq 2 \Rightarrow b \neq 0.$$

$$a^4 - 16a = -\frac{2}{3a} - 5 \quad | \cdot 3a.$$

$$3a^5 - 16 = -2 - 15a.$$

$$3a^5 = 16 - 15a.$$

$$f(a) = 3a^5 \quad \nearrow \quad | \Rightarrow \text{максимум один корень}$$
$$g(a) = -15a + 16 \quad \searrow$$



$$b^4 + \frac{1}{b} = -\frac{13}{3b} - 5 \quad | \cdot 3b$$

$$3b^5 + 3 = -13 - 15b.$$

$$3b^5 = -15b - 16.$$

$$f(b) = 3b^5 \quad \nearrow$$

$$g(b) = -15b - 16 \quad \searrow \quad | \Rightarrow \text{максимум 1 корень}$$

Стор 1 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

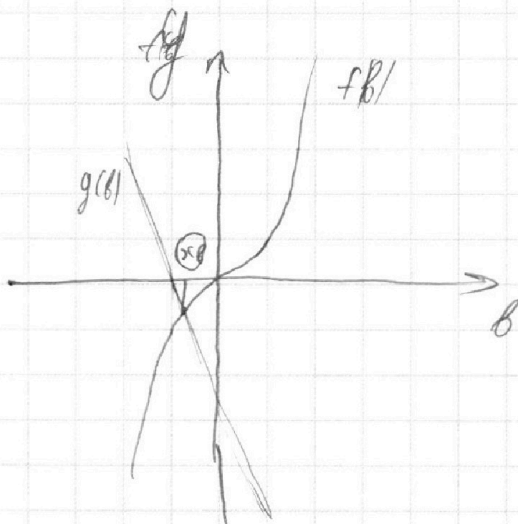
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Стр 2 из 2

Зр 2



из соображений симметрии для
кр 1 и 2 (каждый из x -осей и те же a
точки пересеч. с осью ab соответственно)
заменим что x_a и x_b - произвольны.

$$\Rightarrow x_a - x_b = 0.$$

$$x_a = \log_{0.5} x. \quad \Rightarrow \quad \log_{0.5} 0.5xy = 0.$$

$$x_b = \log_{0.5} xy \quad \Rightarrow \quad 0.5xy = 1.$$

$$xy = 2.$$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

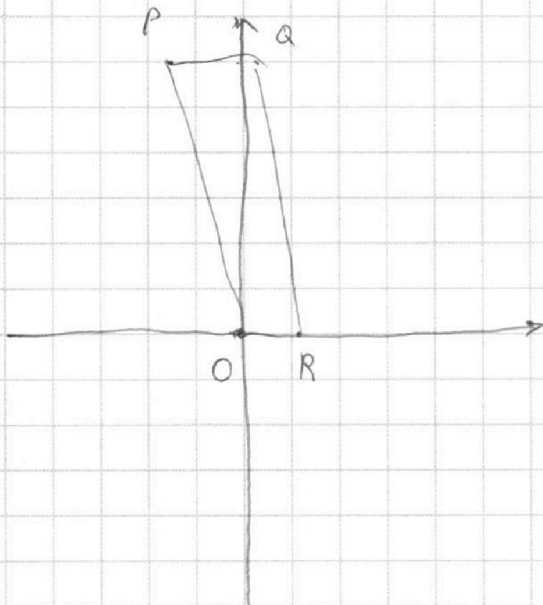
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1 из 2



$$\begin{cases} y \geq -6x \\ y \geq 0 \\ y \leq 90 \\ y \leq -6x + 102 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x_2 + y_2 = 48 + 6x_1 + y_1 \\ y + 6x \leq 102 \\ y + 6x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 + 6x_2 \max = 102 \\ y_2 + 6x_2 \min = 48 \\ y_1 + 6x_1 \max = 54 \\ y_1 + 6x_1 \min = 0 \end{cases}$$

Составим таблицу для максимизации.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$y_1 + 6x_1 =$	$y_2 + 6x_2 =$	кол-во мячей	Стор 2 из 2
54	102	16 · 16	
53	101	15 · 15	
52	100	15 · 15	
...	...		
48	96	16 · 16	
...	...		
6	54	16 · 16	
...	...		
0	48	16 · 16	

→ кол-во мячей всего = $\Sigma =$

$$= 15^2 \cdot 5 \cdot 9 + 16^2 \cdot 10 = 225 \cdot 45 + 2560 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \\ \times 225 \\ \hline 45 \\ + 1125 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$10125 + 2560 =$$

$$= 12685$$

Ответ: 12685

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

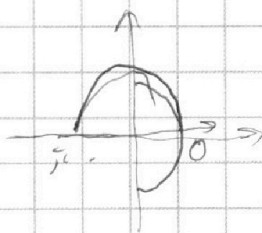
 МФТИ



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\arccos e$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

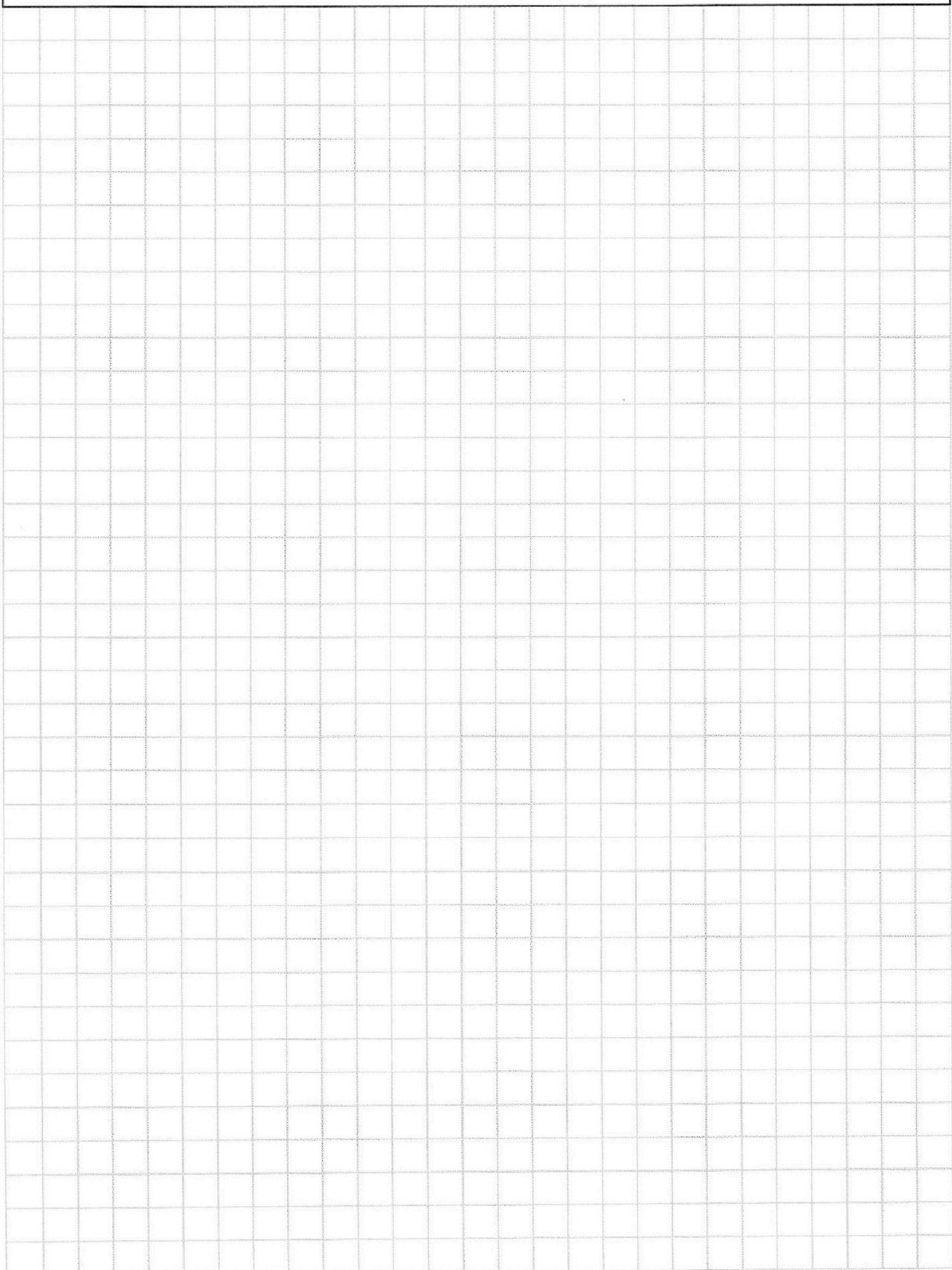
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

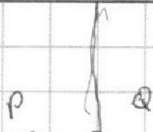
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



-6. 9.
16²



$$a = y_1 + 6x_1 = 54$$

$$b = y_2 + 6x_2 = 102$$

$$y_1 + 6x_1 = 54$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1$$

-5. 8 (19)

1/6.

54	102	180	54	-6
53	101	150	0	$0 \leq a + 6x_1 \leq 90$
52	100	48	6	$48 \leq b - 6x_2 \leq 102$
51	99			
50	98			
49				
48	96			

$$(y_2 + 6x_2) - (y_1 + 6x_1) = 48$$

$$y_2 + 6x_2 = 48 + y_1 + 6x_1$$

$$\begin{cases} y \leq -6x \\ y \geq 0 \\ y \leq 90 \\ y \leq -6x + 102 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -15a + b = 90 \\ 2a + b = 90 \\ a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 6x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 90 \\ y + 6x \leq 102 \end{cases}$$

47 95

$$\begin{cases} -15a = 90 \\ a = -6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (y_2 + 6x_2)_{\max} &= \\ (y_1 + 6x_1)_{\max} &= 54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17 \cdot 6 &= 102 \\ -102 &= -b \\ b &= 102 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17a + b &= 0 \\ 2a + b &= 90 \\ 15a &= \\ a &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min 0 \\ y_2 + 6x_2 \min 48 \\ \max 102 \end{aligned}$$

$$y_1 + 6x_1 = 54 \quad a = -6$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

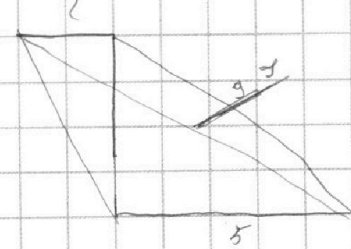
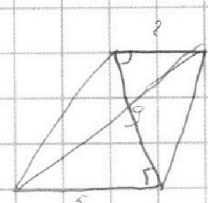
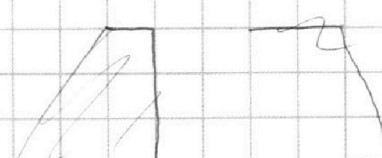
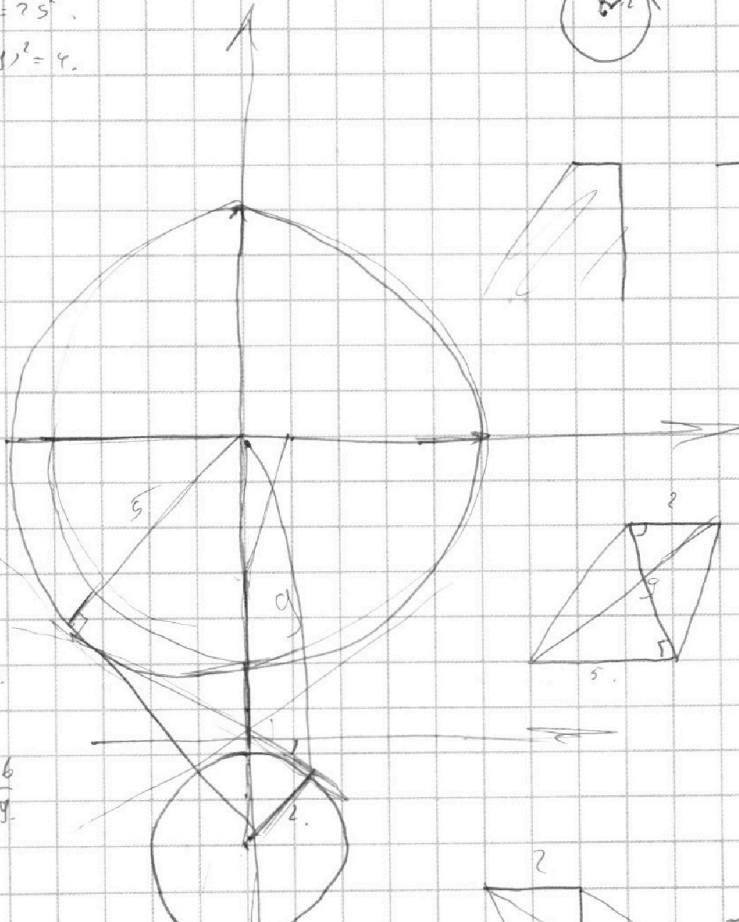
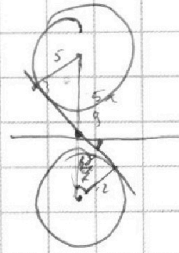
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = \frac{-5x + 6}{6x}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 25 \\ x^2 + (y+4)^2 &= 4 \end{aligned}$$



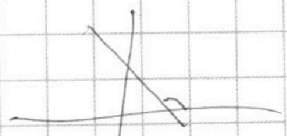
$$\begin{aligned} 4 \cdot 49 \\ 200 - 4 \\ 196 \end{aligned}$$

$$\frac{324}{49} = \frac{196}{49}$$

$$\begin{aligned} &18 \\ &18 \\ &18 \\ &18 \\ &18 \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{128}{49}}$$

$$\begin{aligned} 324 \\ -196 \end{aligned}$$



$$\frac{9}{2} \cdot 2$$

$$\frac{18}{2}$$

$$-\frac{48\sqrt{2}}{35} <$$

$$\frac{45}{2}$$

$$0 < \left(-\frac{48\sqrt{2}}{35}, \frac{48\sqrt{2}}{35} \right)$$

$$-\frac{8\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{8\sqrt{2}}{2} < -\frac{5}{6} \alpha < \frac{8\sqrt{2}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta \neq \sin \beta \cdot \cos \alpha \quad \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos$$

\sin

$$\cos \left(\frac{9\pi - 2x}{10} \right) = \sin x$$

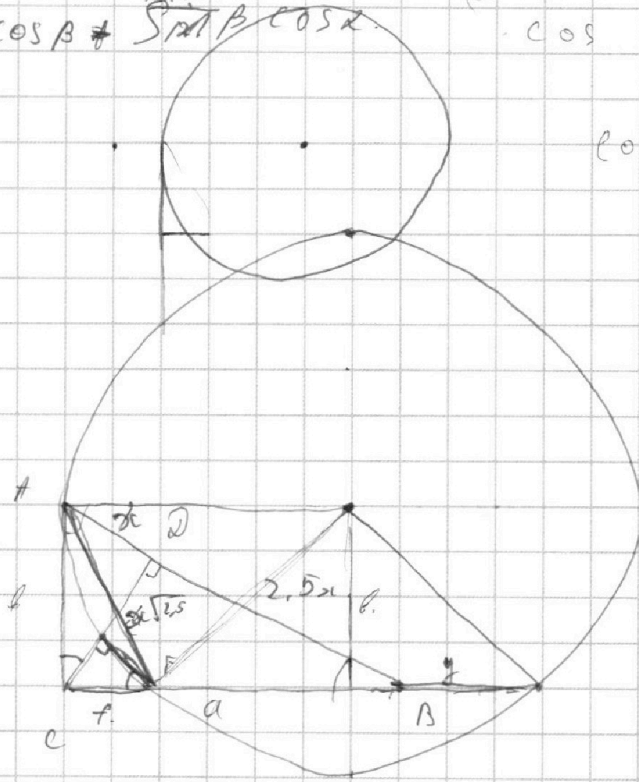
$$\cos(0,9\pi - 0,5x) = \sin x$$

$$\cos 0,9\pi \cdot \cos 0,5x + \sin 0,5x \cdot \sin 0,9\pi = \sin x$$

$$\frac{9\pi}{10} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{5}$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\sin \alpha$$

$$\sin \left(\frac{2\pi}{5} - 0,5x \right) = \sin x$$



$$f \cdot a = b^2$$

$$f = \frac{b^2}{a}$$

$$\frac{AC}{CF} = \frac{DC}{EF} = \frac{AD}{CE}$$

$$\frac{AD}{AC} =$$

$$\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \alpha}{2} + \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha}{2}$$

$$h^2 + x^2 = b^2$$

$$h^2 + 6,25x^2 = a^2$$

$$a^2 + b^2 = 12,25x^2$$

$$b^2 = 2,5x^2$$

$$a = x\sqrt{8,75}$$

$$2h^2 = 12,25x^2 - 2,5x^2$$

$$2h^2 = 9,75x^2$$

$$h = x\sqrt{2,44}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2$$

$$(\sin \alpha - \cos \alpha) \cos \beta$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 ab &= 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot K_1 && 46 \\
 bc &= 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot K_2 && 59 \\
 ac &= 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot K_3 && 24 \\
 abc &= 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \cdot K_1 K_2 K_3 && 52
 \end{aligned}$$

abc - *нормальное* $\Rightarrow K_1, K_2, K_3 \vdots 3$

$$\sqrt{2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \cdot K_1 K_2 K_3$$

$$\begin{aligned}
 abc_{\min} &= 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \\
 &= 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}
 \end{aligned}$$

$$d = 2^4 \cdot k$$

$$\frac{abc^2}{ac} = \frac{2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{24} \cdot K_1 K_2}{2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot K_3}$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^4 \cdot K_1 K_2 K_3$$

$$a = \frac{2^{21} \cdot 3^{38} \cdot 5^{34} \cdot K_1 K_3}{2^{21} \cdot 2^{21} \cdot 5^{13} \cdot K_2} = 2^8 \cdot 3^{19} \cdot 5^{26} \cdot \frac{K_1 K_3}{K_2}$$

$$c = \frac{2^{30} \cdot 3^{46} \cdot 5^{41} \cdot K_2 K_3}{2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot K_1} = 2^{24} \cdot 3^{33} \cdot 5^{30} \cdot \frac{K_2 K_3}{K_1}$$

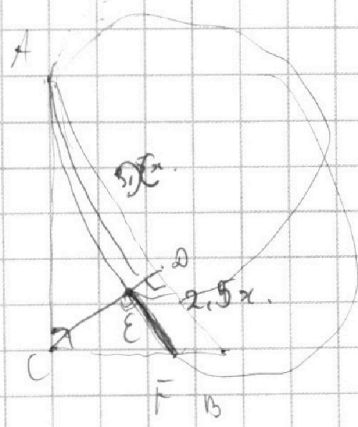
$$F_k = 2AB$$

$$AB = 3,5x$$

$$AB = (AB - x) \cdot 1,4$$

$$1,4bc = 0,4AB$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha - \beta}{2} = \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}$$

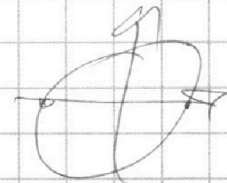
$$\sin \cdot \sin =$$

$$\sin \left(\frac{2\pi}{5} - 0,5x \right) = 0$$

$$\cos \alpha + \cos \beta$$

$$\cos \left(\frac{2\pi}{5} + 0,5x \right) = 0$$

$$\frac{\cos \frac{\alpha + \beta}{2} + \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$$



$$\sin x + y = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$$

$$\sin x - y = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$$

$$2 \sin y \cdot \cos x$$

$$x = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad y = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\frac{2\pi}{5} - 0,5x = \pi n$$

$$\frac{2\pi}{5} + 0,5x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x + y = \alpha$$

$$x - y = \beta$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{5}$$

$$\frac{5\pi}{10} = \frac{4\pi}{10}$$

$$\frac{\pi}{10} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin(x+y) + \sin(x-y)$$

$$2 \sin x \cdot \cos y$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin y \cdot \cos x$$

$$\sin \left(\frac{2\pi}{5} - 0,5x \right) - \sin x = 2 \sin \left(\frac{2\pi}{5} + 0,5x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{5} + 0,5x \right) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_a x = a.$$

$$x > 0.$$

$$x \neq 1.$$

$$\log_a xy = a + b.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} = -\frac{2}{3a} - 5.$$

$$\parallel^{a+b} = xy.$$

$$a^5 - 6 = -\frac{2}{3} - 5a.$$

$$a^5 = -5a + \frac{16}{3}$$

$$\log_a^4 (0,5y).$$

$$a^5 = \frac{16 - 15a}{3}$$

$$\log_x^3 \frac{1}{721} = -\frac{2}{3} \log_x 11.$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^4 - 6a = -\frac{2a}{3} - 5.$$

$$\log_a x = a.$$

$$a^4 = \frac{6}{a}$$

$$a^4 - \frac{6}{a} = -\frac{2}{3a} - 5.$$

$$\log_x 11 = a.$$

$$a + b.$$

$$-\frac{2}{3} \log_x 11.$$

$$a^5 + b^5 = -5a - 5b.$$

$$a^5 + 5a = -b^5 - 5b.$$

$$a(a^4 + 5) = -b(b^4 + 5).$$

$$3a^5 = -15a + 16.$$

$$3b^5 = -15b - 16.$$

$$3(a^5 + b^5) = \left(\frac{1}{a}\right)^4 - 6a - 5 - \frac{2}{3}a.$$

$$\frac{16}{3}$$

$$= 15(b - a) - 3.$$

$$\frac{16a^5}{3} = a^4 + 1.$$

$$a^5 = -5a + \frac{16}{3}$$

$$b^5 = -5b - \frac{16}{3}$$

$$-\frac{16}{3}$$

$$b^4 + \frac{1}{b} = -\frac{13}{3b} - 5.$$

$$b^5 + 1 = -\frac{13}{3} - 5b.$$

$$b^5 = -\frac{16}{3} - 5b.$$