МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5\arccos(\sin x) = \dfrac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ \left(x^2 + 14x + y^2 + 45\right)\left(x^2 + y^2 - 9\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}\left(7^5\right) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Пусть $a = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma}$, $b = 2^{x} \cdot 3^{y} \cdot 5^{z}$, $c = 2^{A} \cdot 3^{B} \cdot 5^{C}$, тогда $abc = 2^{x+\alpha+A} 3^{\beta+y+B} 5^{\gamma+z+C}$.

Очевидно, что если в числах будут другие простые множители, то abc увеличится.

$$\begin{cases} \alpha + x \geq 7 \\ x + A \geq 13 \\ \alpha + A \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \alpha + x + A \geq \frac{14+13+7}{2} = 17.$$

$$\begin{cases} \beta + y \geq 11 \\ y + B \geq 15 \\ \beta + B \geq 17 \end{cases} \Rightarrow \beta + y + B \geq 22{,}5$$ т.к. $\beta, y, B \in \mathbb{N}$, то $\beta + y + B \geq 23$

$$\begin{cases} \gamma + z \geq 14 \\ z + C \geq 18 \\ \gamma + C \geq 43 \end{cases} \Rightarrow \gamma + z + C \geq \frac{75}{2} = 37{,}5$$ ~~т.к. $\gamma, z, C \in \mathbb{N}$, то $\gamma + z + C \geq 38$~~

Т.к. $\gamma + C \geq 43$, то $\gamma + z + C \geq 43$

Значит, $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$ ~~5^{38}~~. Это возможно при $a = 2^{4} \cdot 3^{8} \cdot 5^{14}$, $b = 2^{3} \cdot 3^{3} \cdot 5^{0}$, $c = 2^{10} \cdot 3^{12} \cdot 5^{29}$.

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Т.к. $0 \le \arccos(\sin x) \le \pi$, то $0 \le \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \le \pi \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{2} \le x \le \frac{7\pi}{2}$ (1)

$5\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \pm\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\pi n = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5},\ n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} 6x = \pi + 10\pi n,\ n \in \mathbb{Z} \\ 4x = 4\pi + 10\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3},\ n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \frac{5\pi k}{2},\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

По усл (1):

$-\frac{3\pi}{2} \le \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \le \frac{7\pi}{2}$ $\qquad$ $-\frac{3\pi}{2} \le \pi + \frac{5\pi k}{2} \le \frac{7\pi}{2}$

$-1 \le n \le 2$ $\qquad$ $-1 \le k \le 1$

$n = -1,\ x = -\frac{3\pi}{2}$ $\qquad$ $k = -1,\ x = -\frac{3\pi}{2}$

$n = 0,\ x = \frac{\pi}{6}$ $\qquad$ $k = 0,\ x = \pi$

$n = 1,\ x = \frac{11\pi}{6}$ $\qquad$ $k = 1,\ x = \frac{7\pi}{2}$

$n = 2,\ x = \frac{7\pi}{2}$

Подставим в исх. ур-е: 1) $5\arccos\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)\right) = \frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}$

$0 = 0$

2) $5\arccos\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

3) $5\arccos\left(\sin\frac{11\pi}{6}\right) = \frac{3\pi}{2} + \frac{11\pi}{6}$

$\frac{10\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$

4) $5\arccos\left(\sin\left(\frac{7\pi}{2}\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + \frac{7\pi}{2}$

$5\pi = 5\pi$

5) $5\arccos(\sin\pi) = \frac{3\pi}{2} + \pi$

$\frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2};\ \frac{\pi}{6};\ \pi;\ \frac{11\pi}{6};\ \frac{7\pi}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$5\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ Т.к. $0 \le \arccos(\sin x) \le \pi$, то $0 \le \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \le \pi \iff -\frac{3\pi}{2} \le x \le \frac{7\pi}{2}$

$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow 5\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$.

Т.к. $-1 \le \cos(\frac{\pi}{2} - x) \le 1$, то с указанным выше ограничением, ур-е

~~равносильно:~~ $\cancel{\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \iff x = \frac{\pi}{6}}$

~~Ответ:~~ $x = \frac{\pi}{6}$

$5(\pm(\frac{\pi}{2} - x) + 2\pi n)$

$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n, n \in Z$

$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n = \frac{3\pi}{2} + x$ $\frac{\pi}{6} - \frac{10\pi}{6}$

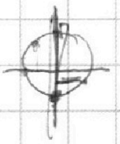
$x = \frac{\pi + 10\pi n}{6} = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3}$

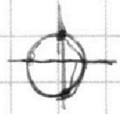
$\frac{5\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} +$ $-\frac{3\pi}{2} \le \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \le \frac{7\pi}{2}$ $-1; 0; 2$

$\frac{\pi}{3}$ $-\frac{5\pi}{3} \le \frac{5\pi n}{3} \le \frac{10\pi}{3}$ $x = -\frac{3\pi}{2}$

$x = \frac{\pi}{6}$

$-1 \le n \le 2$ $x = \frac{7\pi}{2}$ 1





$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$

$\frac{10\pi}{3} = \frac{9\pi}{6} + \frac{11\pi}{6}$

$\frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi n$

$\arccos(\sin(-\frac{3\pi}{2}$

5π

Значит, при $t \in \left(-\frac{5}{2\sqrt{6}}; \frac{5}{2\sqrt{6}}\right)$ угол между прямой и осью x меньше, значит она пересечет окружности в 4 точках, при $t \in \left\{-\frac{5}{2\sqrt{6}}; \frac{5}{2\sqrt{6}}\right\}$, прямая коснется окр. в двух точках, при $t \in \left(-\infty; -\frac{5}{2\sqrt{6}}\right) \cup \left(\frac{5}{2\sqrt{6}}; +\infty\right)$, пересечений не будет. Заметим, что при изменении b, ур-е будет задавать ~~прямые~~ параллельные прямые $\Rightarrow$ при любых b, если $t \in \left(-\infty; -\frac{5}{2\sqrt{6}}\right) \cup \left(\frac{5}{2\sqrt{6}}; +\infty\right)$ исходная система имеет не более двух решений.

Значит, $\begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2\sqrt{6}+15a}{6\sqrt{6}a} > 0 \\ \frac{2\sqrt{6}-15a}{6\sqrt{6}a} < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a>0 \\ a<-\frac{15}{2\sqrt{6}} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} a>0 \\ a<\frac{15}{2\sqrt{6}} \end{array}\right. \end{cases}$

Ответ: $a \in \left(-\infty; -\frac{15}{2\sqrt{6}}\right) \cup (0; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

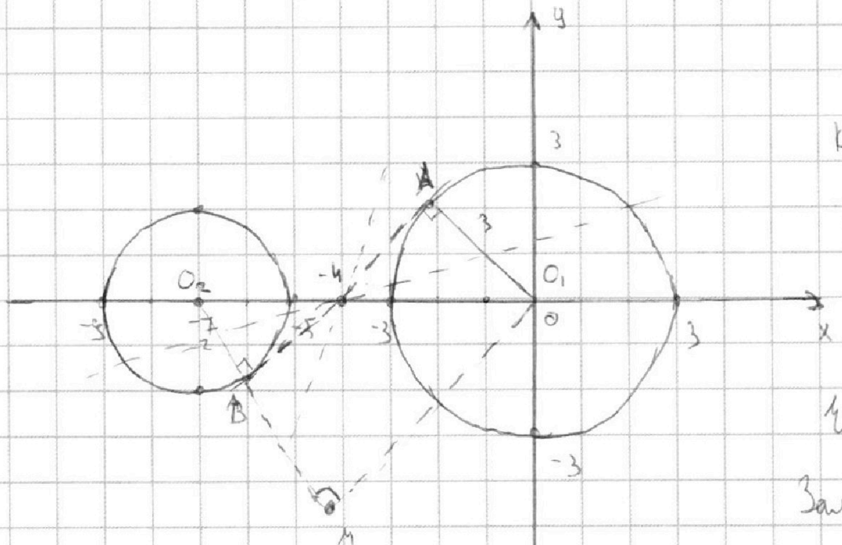
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ \left((x+7)^2+y^2-4\right)\left(x^2+y^2-9\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3ay-7b=0 \quad (1) \\ \left[\begin{array}{l} (x+7)^2+y^2=4 \\ x^2+y^2=9 \end{array}\right. \end{cases}$$

Построим графики уравнений окружностей:



Рассмотрим случай, когда $b=-\frac{4}{7}$. Тогда, ур-е (1) задает прямые, проходящие через т. $(-4;0)$. Заметим, что это точка пересечения внутр. общ. касательных к окружностям. Запишем ур-е (1) как $y=tx+c$, где $t=-\frac{1}{3a}$, $c=\frac{7b}{3a}=-\frac{4}{3a}$ (в случае $a=0$ ур-е задает вертикальную прямую, у которой не более двух общ. т. с окружностями, значит $a\neq 0$). На продолжении O_2B за т. B отметим т. M, такую, что $O_1A=BM$ (O_1; O_2 – центры окружностей $(0;0)$ и $(-9;0)$, A и B – точки касания к окр-стям). ~~Тогда~~ $\sin\angle O_2O_1M=\frac{5}{7} \Rightarrow \cos(\angle O_2O_1M)=\sqrt{1-\frac{25}{49}}=\frac{2\sqrt6}{7} \Rightarrow$ $\operatorname{tg}\angle O_2O_1M=\frac{5}{2\sqrt6}$. Заметим, что $\angle O_2O_1M$ равен углу между AB и осью $x \Rightarrow$ ур-е прямой AB: $y=\frac{5x}{2\sqrt6}+c$. Аналогично ур-е второй касательной: $y=-\frac{5x}{2\sqrt6}+c$. ~~Значит при $t\in\left(-\frac{5}{2\sqrt6};\frac{5}{2\sqrt6}\right)$ кол~~

(стр 1 из 2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log_7^4(6x) - 2\log_{36x}7 = \log_{36x^2}(7^3) - 4 \iff$

$\log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\log_7 6|x|} - 4$. Т.к. $x>0$, то $|x| = x$ $\iff$

$$\begin{cases} x \neq \frac{1}{6} \\ 2\log_7^5(6x) + 8\log_7(6x) - 7 = 0 \end{cases}$$

$\log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}(7^5) - 4 \iff$

$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7|y|} - 4$. Т.к. $y>0$, то $|y| = y$ $\Rightarrow$

$$\begin{cases} y \neq 1 \\ 2\log_7^5 y + 8\log_7 y + 7 = 0 \end{cases}$$

Заметим, что $x = \frac{1}{6}$ и $y = 1$ не являются корнями ур-ий-следствий, значит, они равносильны исходным. Пусть $\log_7 y = b$; $\log_7(6x) = a$.

Тогда имеем:

$$\begin{cases} 2a^5 + 8a - 7 = 0 \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases}$$

Пусть $f(t) = 2t^5 + 8t \Rightarrow f'(t) = 10t^4 + 8 > 0$. Значит, $f(t)$ монотонно возрастает $\Rightarrow$

у ур-ий ~~[illegible]~~ системы не более одного корня. Значит, есть единственное возможное значение xy.

Сложив уравнения системы, получим:

$2(a^5 + b^5) + 8(a+b) = 0 \iff (a+b)(a^4 - ab^3 + a^2b^2 - a^3b + b^4 + 4) = 0 \Rightarrow$

$a + b = 0$.

~~При $a = -b$, $2a^5 + 8a - 7 = -(2b^5 + 8b + 7) = 0$ Значит система равносильна:~~ $\cancel{\begin{cases} a = -b \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases}}$

$\log_7(6x) + \log_7 y = 0 \Rightarrow \log_7(6xy) = 0 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$

Ответ: $\frac{1}{6}$.

Значит, ~~система равносильна~~

$$\begin{cases} a = -b \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases}$$

При $b = -1$, $2b^5 + 8b + 7 < 0$

При $b = 1$, $2b^5 + 8b + 7 > 0$.

Значит, система имеет решения.

~~[illegible]~~ Выполним обратную подстановку:

$\log_7(6x) + \log_7(y) = 0 \Rightarrow \log_7(6xy) = 0 \Rightarrow 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a+b+c=17$

$a\ b\ c$
$3\ 4\ 9$

$a+b\geq 7$

$b+c\geq 13$

$a+c\geq 14$

$a+b+c\geq 17$

$a\geq 5$

$c\geq 11$

$2^4\ 3^8$

$3^3\ 3^3$

$2^{10}\ 3^{12}$

$a+b\geq 11$

$b+c\geq 15$

$a+c\geq 17$

$a+b+c=23$

$y+z\geq$

$a=4$
$b=3$
$c=10$

$c=12$
$b=3$
$a=8$

$$\begin{cases} a+b\geq 14 \\ b+c\geq 18 \\ a+c\geq 43 \end{cases}$$

$a+b+c=38$

$c=64$

$b=32$

$a=21$

$c=22$

$4(x_2-x_1)+y_2-y_1=40$

$b=(t+u)(t^4-tu^3+t^2u^2-t^3u+u^4)$

$(t-u)^2(t+u)^2-$

$-tu(t^2-u^2)-3t^2u^2+4$

$t^5+u^5+4(t+u)=0$

$x=\pm\frac{1}{6}$

$t^4-\frac{2}{t}=\frac{3}{2t}-4$

$2t^5-4=3-8t$

$$\begin{cases} 2t^5+8t-7=0 \\ 2u^5+8u+7=0 \\ t+u=8 \end{cases}$$

$u^4+\frac{6}{u}=\frac{5}{2u}-4$

$2u^5+12=5-8u$

$2(t^5+u^5)+8(t+u)=0$

$2\log_7^5(6x)+8\log_7(6x)+7=0$

$t^4-t^3u+t^2u^2-tu^3+u^4+4=0$

$t^4+u^4-tu(t^2-tu+u^2)+4$

$(t^2+u^2)^2-tu(t^2+u^2)-t^2u^2+4=0$

$b^2+4b^2-16=5b^2-16$

$a^2-ab-(b^2+4)=0$

$a=\frac{b\pm\sqrt{5b^2-16}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$(t+u)^5 = t^5 + 5t^4u + 10t^3u^2 + 10t^2u^3 + 5tu^4 + u^5 \Rightarrow 5$

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

$2(t^5+u^5) + 8(t+u) = 0$

$t^5 + u^5$

$$\begin{cases} 2t^5 + 8t - 7 = 0 \\ 2u^5 + 8u + 7 = 0 \end{cases}$$

$t+u = ?$

$10t^4 + 8$

t^4

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

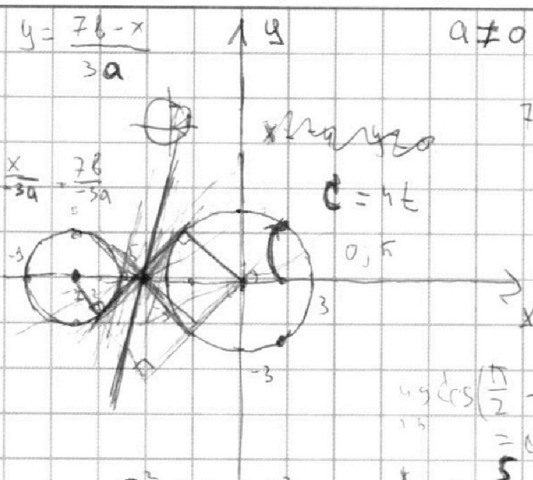
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ \left[\begin{array}{l}(x+7)^2+y^2=4 \\ x^2+y^2=9\end{array}\right.\end{cases}$$

$y=\frac{7b-x}{3a}$ $\quad a\neq 0$

$y=\frac{x}{-3a}+\frac{7b}{3a}$



$7b=4$

$b=\frac{4}{7}$

$c=4t$

$-\frac{x}{3a}+\frac{4}{-3a}=y$

$4\cos(\sin x)=4$

$\sin x=\cos y$

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}$

$4\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=$

$=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

$-\frac{x}{3a}+\frac{7b}{3a}$ $\quad y=tx+c$

$5^2+x^2=2^2$

$tg\,\alpha=\frac{5}{2\sqrt6}$

$x=2\sqrt6$

$\sin x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ $\quad 0\leq\frac{3\pi}{10}+\frac{x}{5}\leq\pi$

$\frac{5x}{2\sqrt6}$ $\quad 5x-\frac{5\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}+x$

$5\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{3\pi}{2}+x$

$-\frac{3\pi}{2}\leq x\leq\frac{7\pi}{2}$

$-\frac{5x}{2\sqrt6}$ $\quad \pm\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+2\pi n$

$x+3ay=4$

$\log_7^4(6x)-2\log_{6x}7=\frac{3}{2}\log_{6|x|}7-4$

$x=7b$

$y=0$

$t+4=0$

$\frac{1}{\log_{6x}^4 7}$ $\quad \frac{1}{t^4}-2t=\frac{3}{2}t-4$

$5x-\frac{5\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}+x$

$\log_7 6x$ $\quad 4x=4\pi$

$2-4t^5-3t^5+8t^4=0$

$\log_7 4$ $\quad x=\pi$

$t^4-\frac{2}{t}=\frac{3}{2t}$ $\quad 7t^5-8t^4-2=0$

-4

$\log_7 6xy$

$2t^5-4-3+8t=0$

$2t^5+8t=2u^5+8u$

$t^4+\frac{6}{t}=\frac{5}{2t}-4$

$2t^5+8t-7=0$

$2u^5+8u+7=0$

$2(t^5+u^5)+8(t+u)=0$

$t^5+u^5+4(t+u)=0$

a^2+ab+b^2

$(t+u)(t^4-t^3u+t^2u^2-tu^3+u^4)$

$t^4-t^3u+t^2u^2-tu^3+u^4=0$

$-t^4u+t^3u^2-t^2u^3+u^4$

$21-2^5+7+8$

$t^4u-t^3u^2+t^2u^3-tu^4$

$t^4+u^4-tu(t^2+u^2)+t^2u^2$

u^5

$(t^2+u^2)^2-t^2u^2-tu(t^2+u^2)=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a = 2^{\alpha} 3^{\beta} 5^{\gamma}$

$b = 2^{x} 3^{y} 5^{z}$

$c = 2^{A} 3^{Б} 5^{В}$

$\alpha + x \geq 7$, $\beta + y \geq 11$, $\gamma + z \geq 14$

$x + A \geq 13$, $y + Б \geq 15$, $z + В \geq 18$

$\alpha + A \geq 14$, $\beta + Б \geq 17$, $\gamma + В \geq 43$

32 46 152 74

$a + b + c = 14$

$2(\alpha + \beta + \gamma + x + y + z + A + Б + В) \geq$

$\alpha + x = 7$

$\alpha + \beta + \gamma + \ldots + В \geq 76$

$A - x = 7$ $\quad 2^{14} 3^{17} 5^{43}$

$2A = 20$

$A = 10$

$\alpha = 4$ $\quad x = 3$ $\quad 2^{16} 3^{17} 5^{43}$

$\beta + y \geq 11$ $\quad 2\beta = 13$

$y + Б \geq 15$ $\quad 7$

$\beta + Б \geq 17$

$\beta - y = 2$

$\frac{\log_2 4}{\log_7 6x} = \log_{36x} y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\arccos(\sin x) = t$

$t \in [0; \pi]$

$\sin x = \cos t$

$\operatorname{arctg}(\cos x) = u$

$\cos x = \operatorname{tg} u$

$\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}$

$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}$

$\frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 u}}{\operatorname{tg} u}$

$\frac{\pi}{2} - x = t + 2\pi n$

$\frac{\pi}{2} - x = -t + 2\pi n$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$

$\operatorname{arctg}(\sin x) = u$

$\sin x = \operatorname{tg} u$

$\sin x = \frac{\sin u}{\sqrt{1 - \sin^2 u}}$

$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$

$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$

u

$\arccos(\sin x)$

$\operatorname{tg} u = \frac{\sin u}{\sqrt{1 - \sin^2 u}}$

$\frac{u}{t} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$t^4 - t^3 u + t^2 u^2 - t u^3 + u^4 = 0$

$t + u - ?$

$a^4 - a^3 + a^2 - a + 1 = 0$

$(t^2 + u^2)^2 - tu(t^2 + u^2) - t^2 u^2 = 0$

$1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^3} + \frac{1}{a^4}$

$(t^2 + u^2)(t^2 - tu + u^2) - t^2 u^2$

$a^2 - a + 1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$ $\quad b^2 - b - 1 = 0$

$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ $\quad b^2 - 2 - b + 1$