



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 501.

$$\begin{cases} ab = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ bc = q \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ ac = t \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \end{cases} \rightarrow (abc)^2 = kqt \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

перешо кув  
квадрат произведения натур.  
чисел - натур. число. произведение - натур.  
для того по БЖ abc само  
натур. степени вхождения простых  
в  $\downarrow$  - четные  
 $\rightarrow kqt \geq 3 \cdot 5$

1. если  $k=3$   $q=5$   $t=1$ .

$$ab = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$\rightarrow ac \cdot b^2$  имеет меньшую степень  
5-ти чем  $ac$ . - !?

$\downarrow$   
оценка:  $ac \cdot b^2$  имеет степень 5-ти  $\geq 30$ .

из (1) система:  $kq \geq 5^7$

из пред. двух оценок:  
 $kqt \geq 5^7 \cdot 3$ .

пусть  $b = 2^2 \cdot 3^3$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{13}$$

$$a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{17}$$

$\leftarrow$  угл. пог. условия.

$$(abc)^2 \geq 5^7 \cdot 3 \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53} = 2^{42} \cdot 3^{42} \cdot 5^{60}$$

$abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$  - равенство достигается при  $b=3$ .

Ответ:  $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

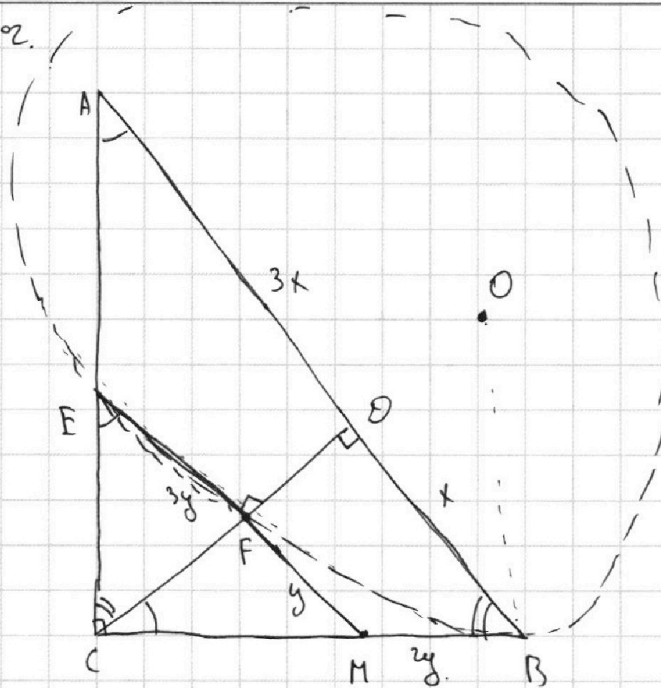


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2.

$S_{ABC}$   
 $S_{CEF}$



1. Пусть  $AD = 3x$

$\rightarrow AB = x$

$$CD = \sqrt{3x \cdot y} = \sqrt{3}x$$

как высота  
в прямоугол.  $\Delta$

$\Delta ABC \sim \Delta CBD \sim \Delta ACD \sim \Delta EFC$

$\rightarrow$

2. Прямые  $EF$  и  $CB$   
пересекаются в точке  $M$ .

из подобия:  $\frac{EF}{3x} = \frac{FM}{x}$

$$\frac{EF}{FM} = \frac{3}{1}$$

пусть  $FM = y \rightarrow EF = 3y$

$\rightarrow CF = \sqrt{3}y$  как высота

3. Найдем длину отрезка  $CM$ :

$$MF \cdot ME = y \cdot 4y = MB^2 \rightarrow MB = y$$

из подобия  $\Delta CEM$  и  $\Delta CBD \rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{4y}{x} = \frac{y}{x}$

$$\frac{CM}{CM+y} = \frac{y}{x}$$

по тл. Фалеса:  $\frac{CF}{FD} = \frac{CM}{BM}$

$$\frac{\sqrt{3}y}{\sqrt{3}(x-y)} = \frac{CM}{y} \rightarrow CM = \frac{xy^2}{x-y}$$

тл. Пифагора для  $\Delta CFM$ :

$$\frac{4y^4}{(x-y)^2} = y^2 + 3y^2 = 4y^2 ; y \neq 0 : y^2$$

$$y^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$x^2 = 2xy$$

$$\boxed{x = 2y}$$

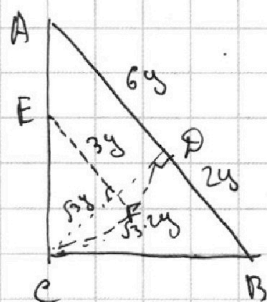
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8y \cdot 13y$$

$$S_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot 3y \cdot 3y$$

$$\frac{S_{ADE}}{S_{CDE}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2y \cdot 3y}{\frac{1}{2} \cdot 3y \cdot 3y} = \frac{16}{3}$$

Ответ:  $\frac{16}{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 503.

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{5\pi}{2} \leq 5 \arcsin t \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$\arcsin t + \arccos t = \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$\arcsin t = \frac{\pi}{2} - \arccos t, \quad -3\pi \leq x \leq 2\pi.$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - x \right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad x \in [0; \pi]$$

$$\frac{4\pi}{2} - 5x = x.$$

$$\frac{4\pi}{2} = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$x \in [\pi; 2\pi]$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - (2\pi - x) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4\pi}{2} - 10\pi + 5x = x$$

$$-8\pi = -4x$$

$$x = 2\pi.$$

$$x \in [-\pi; 0]$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} + x \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4\pi}{2} + 5x = x$$

$$2\pi = -4x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}.$$

$$x \in [-2\pi; -\pi]$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - (2\pi - x) \right)$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - (2\pi + x) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi - 10\pi - 5x = x$$

$$-8\pi = 6x$$

$$x = -\frac{8}{6}\pi.$$

$$x \in [-3\pi; -2\pi]$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - (-x - 2\pi) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi + 5x + 10\pi = 0 \rightarrow x = -\frac{12\pi}{5}$$

$$\text{Order: } -\frac{8}{6}\pi, -\frac{\pi}{2}, 2\pi, \frac{\pi}{3}, \frac{12\pi}{5}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 504

$$(1) \begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \end{cases}$$

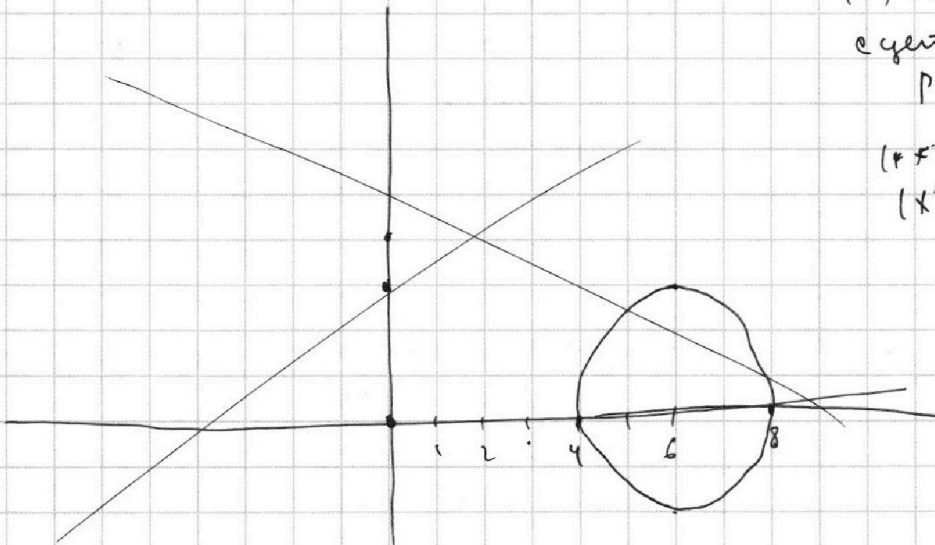
$$(2) \begin{cases} (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 2x + 3z) = 0 \end{cases}$$

(\*)                      (\*\*)

а для которого  
найдется  $b$   
по  $S_{11}$  системы  
имеет решения.

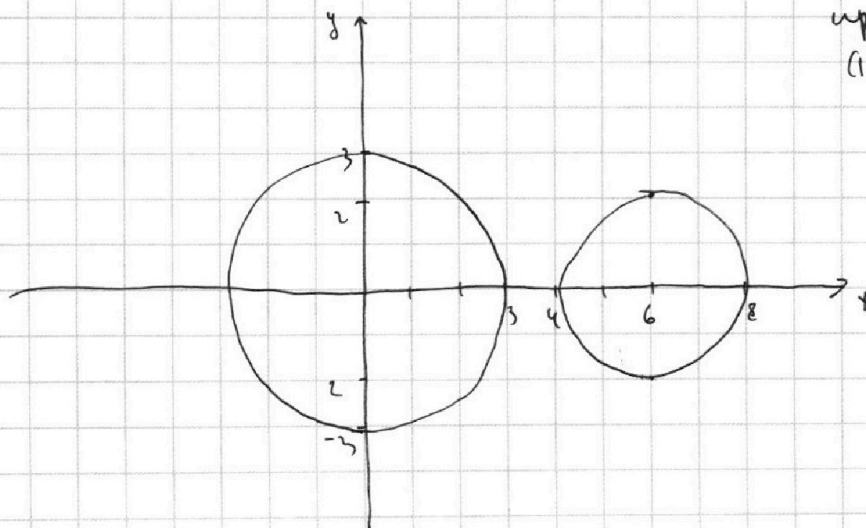
(\*) - окружность  
с центром  $(0; 0)$   
радиуса 3.

(\*\*):  
 $(x^2 - 6)^2 + y^2 = 4$ .  
↑  
окружность  
с центром  $(6; 0)$  радиуса  
2.



4 решения.  
нулю по  $S_{11}$   
прямая заданная  
(1) пересекает  
обе окружности.

1. Если  $a = 0$   
 $y = \frac{3}{2}b$   
найдется,  
попробуем  $b = 0$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.  $a \neq 0$ .

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$$

$$-\frac{a}{2} = t.$$

$$y = tx + \frac{3}{2}b$$

$t$  - отвечает за наклон  
прямой.

$\frac{3}{2}b$  отвечает за сдвиг по  $Oy$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задача 504.

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_3 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \frac{5}{2} \cdot \log_3 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_3 x = 5 \log_3 3 - 16$$

$$2 \log_3^4 x + 7 \log_3 x = -16$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{7}{\log_3 x} = -16$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} = -16$$

Если  $\log_3 x > 0$ :

$$2 \log_3^4 x + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} \stackrel{7 \sqrt[4]{2^4}}{=} 2^4 = 16$$

$$\downarrow$$
$$\log_3 x < 0$$

$$2 \log_3^4 x = -\frac{7}{\log_3 x} - 16 \quad \leftarrow \text{max равно}$$

решение т.к. левая  $\uparrow$   
правая  $\downarrow$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_3 3 = \frac{11}{2} \log_3 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 (5y) = 7 \log_3 3 - 16$$

$$2 \log_3^4 5y - \frac{2}{\log_3 5y} - \frac{2}{\log_3 5y} - \frac{2}{\log_3 5y} - \frac{1}{\log_3 5y} = -16$$

если  $\log_3 5y > 0 \rightarrow$  все слагаемые  $> 0 \rightarrow$  данное уравнение  $\geq 10$ .

$$\rightarrow \log_3 5y > 0$$

$$(*) \downarrow 2 \log_3^4 (5y) = \frac{7}{\log_3 5y} - 16 \quad \leftarrow \text{max равно}$$

решение  
т.к. правая  $\searrow$   
левая  $\nearrow$

$$(*) \downarrow 2 \log_3^4 x = \frac{7}{\log_3 x} - 16$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



значит

$$\text{если } t = \frac{1}{5y}$$

подставим в (\*):

$$2 \log_3^4 \frac{1}{5y} = \frac{-7}{\log_3 \frac{1}{5y}} - 16$$

$$2 \log_3^4 5y = \frac{7}{\log_3 5y} - 16 \quad \text{но это верное тождество по (**)}$$

проверим вводимая  
в (\*\*\*)  $5y = \frac{1}{5}$

да.

↓

$$t = \frac{1}{5y} \quad \text{ег. рещ.}$$

$$ty = \frac{1}{5}$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

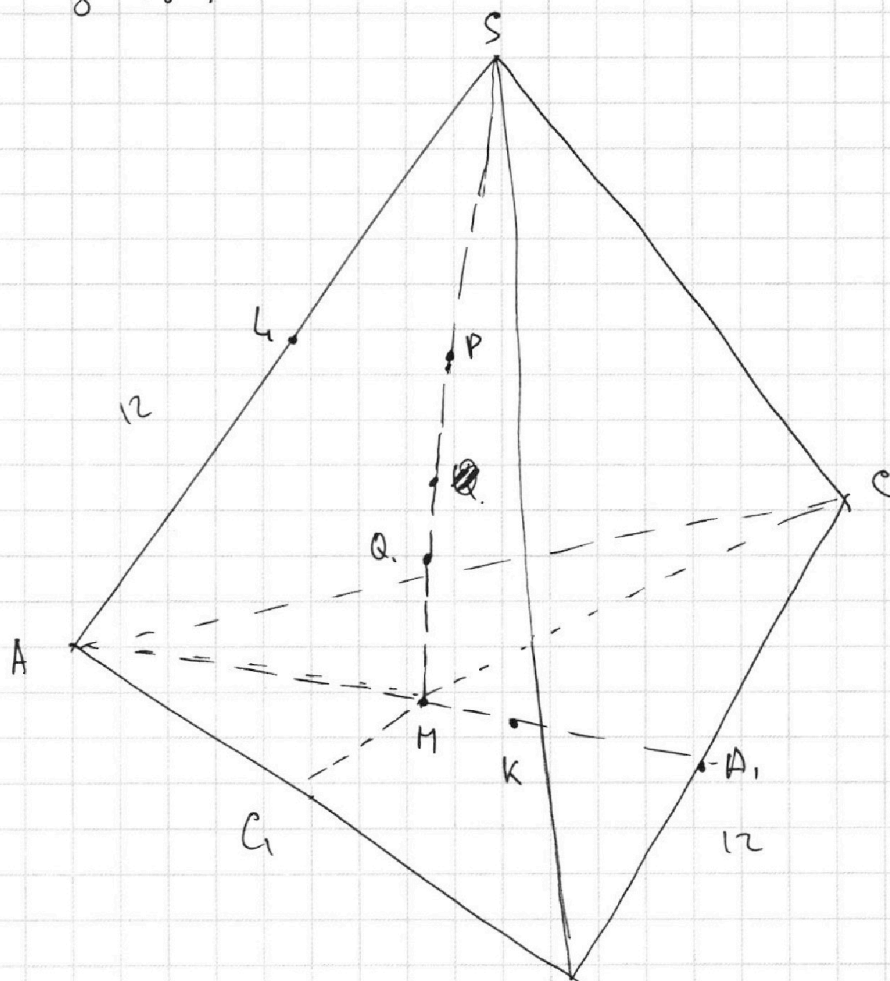
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



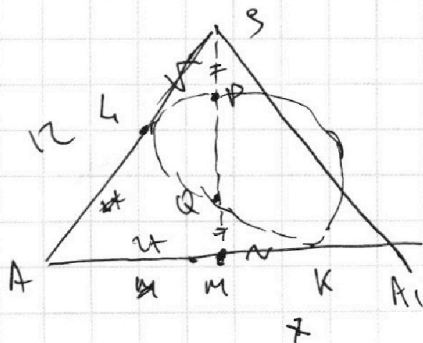
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 507



1. Все точки  $L, K, P, Q$  лежат в одной м. п. т.  $P, Q, K, L \in$  одной сфере  $\rightarrow L, Q, P, K$  - вписанный.  
Рассмотрим сечение  $ASA_1$



$Al = Lk$ . как хорды влнм.

$$SP \cdot SL = QM$$

$$SP \cdot PQ = SP \cdot SQ = SL^2$$

$$MQ \cdot MP = MK^2 \rightarrow MK = SL$$

(если точки  $P, Q$  наоборот - аналогично)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$q = 5^7 \quad k = 5^7$$

$$t = 3 \quad q = 3$$

$$t = 1$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{13}$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{12} \cdot 5^{30}$$

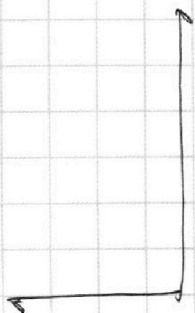
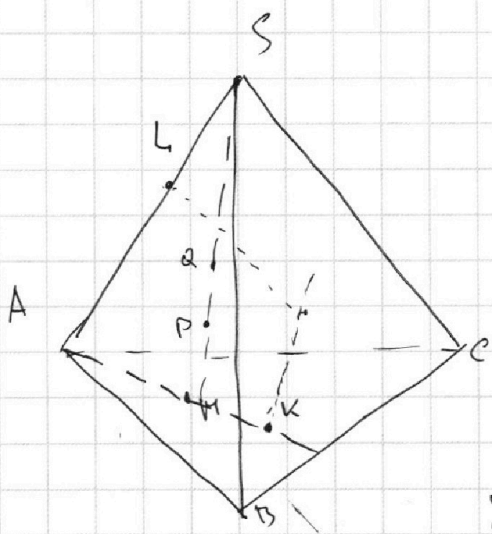
$$\frac{c}{b} = 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$c = b \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$b^2 \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13} = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^6$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3$$



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$

$$y_2 - y_1 = 33$$

$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$

$$3(x_2 - x_1)$$

$$3(x_2 - x_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 6 \log_+ 3 = \frac{5}{2} \log_+ 3 - 8. \quad 1 \cdot 2$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 12 \log_+ 3 = 5 \log_+ 3 - 16.$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 7 \log_+ 3 = -16 \quad \frac{7}{4} \quad \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{9} \quad \frac{7}{2}$$

$$2 + 7 \cdot \log_+^5 3 = -16 \log_+ 3$$

$$7 \log_+^5 3 + 16 \log_+ 3 - 2 = 0.$$

$$\left(\frac{1}{\log_{35} 5}\right)^4 + 2 \log_{35} 3 = \frac{11}{2} \log_{35} 3 - 8.$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_{35} 5}\right)^4 + 4 \log_{35} 3 \quad 5 \sqrt[5]{2 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^4}$$

$$\frac{1}{\log_{35}^4 5} + \frac{1}{\log_{35}^4 3} + \frac{7}{8} \log_{35} 3$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_{35} 5}\right)^4 + 4 \log_{35} 3 = 11 \log_{35} 3 - 8.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 505.

$$(1) \log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$(2) \log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} 3^{11} - 8$$

$$(1): \log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8$$

$$\log_3 x = t.$$

$$\log_3 x = t$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8 \quad | \cdot 2t$$

$$2t^5 + 12 = 5 - 16t$$

$$2t^5 + 7 = -16t$$

$$2t^5 - 16t + 7 = 0$$

ОДЗ:

$$x, y > 0.$$

$$x \neq 1.$$

$$y \neq \frac{1}{5}.$$

$$(2) \log_3^4 5y + 2 \frac{1}{\log_3 5y} = \frac{11}{2 \log_3 5y} - 8. \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 5y \log_3 5y = 11 - 16 \log_3 5y$$

$$\log_3^4 x + 6 \cdot \log_3 x = \frac{5}{2} \cdot \log_3 x - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_3 x = 5 \log_3 x - 16$$

$$2 \log_3^4 x = -7 \log_3 x - 16$$

$$2 \log_3^4 5y = \frac{7}{\log_3 5y} - 16$$

$$2(\log_3^4 x + \log_3^4 5y)$$

$$2(\log_3^4 x - \log_3^4 5y) = -7(\log_3 x - \log_3 5y)$$

2(

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^8) - 8$$

$$\log_3^4 x$$

$$\log_3^4 t + 6 \log_t 3 = \frac{5}{2} \cdot \log_t 3 - 8$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8$$

$$2 \log_{25y}^4 5y + 4 \log_{5y} 3 = 11 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2 \log_{25y}^4 5y = 7 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2t^5 - 16t + 7 = 0$$

$$2 \log_{5y}^4 5y = \frac{7}{\log_{5y} 3} - 16$$

$$81 = 3^4$$

$$2 \log_3^4 t = \frac{7}{\log_3 t} - 16$$

$$2t^4 = \frac{7}{t} - 16$$

$$\frac{1}{16}$$

$$2t^4 = \frac{7}{t} - 16$$

$$2t^5 = 7 - 16t$$

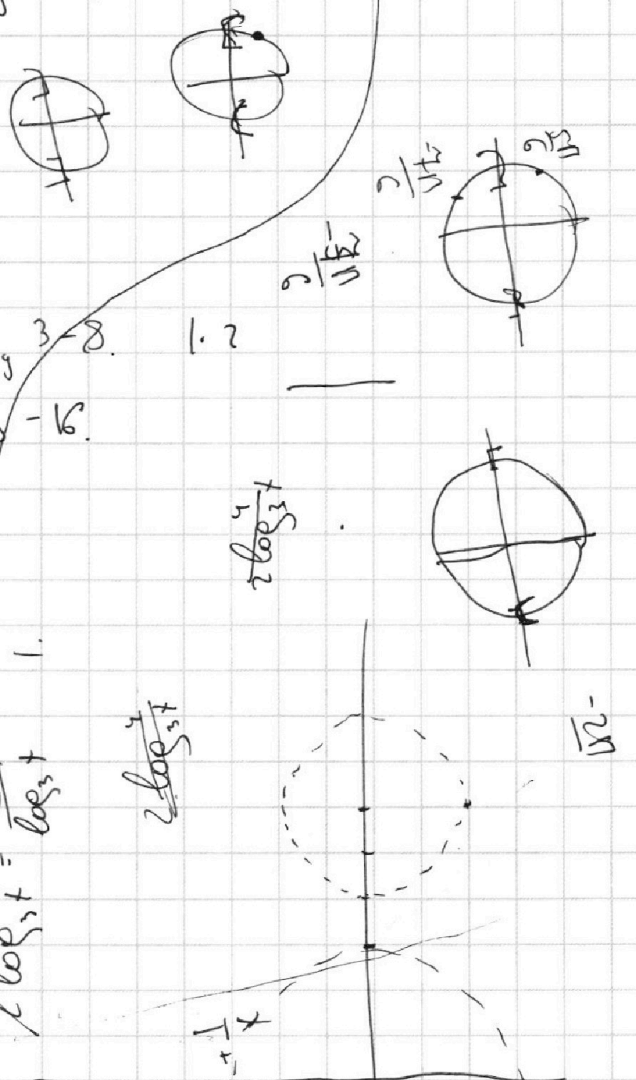
$$2t^5 + 16t - 7 = 0$$

$$2 \log_3^4 t + \log_3^4 5y = -32 + \left(\frac{7}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$2t^4 + 2$$

$$2 \log_3^5 t = -7 - 16 \log_3 t$$

$$2t^4 + 2 = \frac{7}{t} + \frac{7}{t} + \frac{7}{t} + \frac{7}{t}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$ab = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$bc = t \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot 2^{14}$$

$$ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$ac = q \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$(abc)^2 = k + q \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot 2^{14} \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$= kqt \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} + \\ 23 \\ \hline 26 \\ 42 \end{array}$$

$$28+13 = 38+3 = 41$$

$$ab = 3 \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

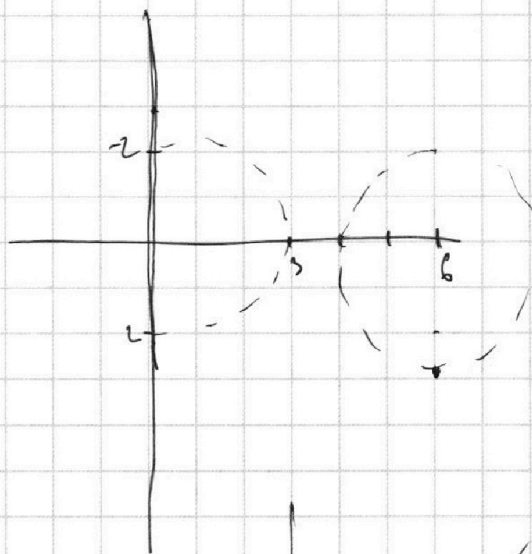
$$ac = 5 \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{5 \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20}}{3}$$

$$cb = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 \cdot 5 \cdot 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20} = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^6$$



$$k=3$$

$$q=5$$

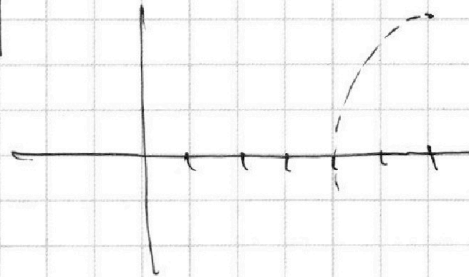
$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{c}{b} = 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20} \cdot b$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                                     |                                     |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



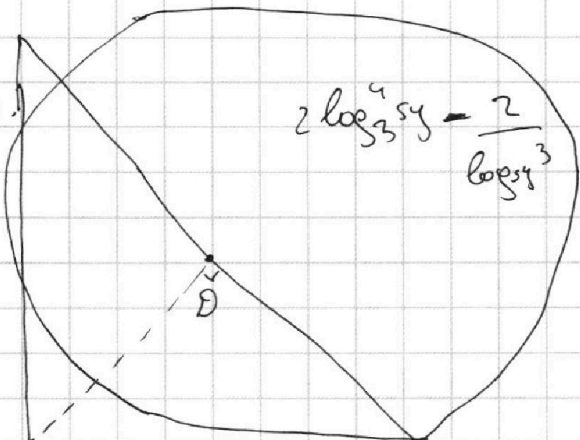
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \frac{1}{9} = 2^A$$

$$3 \frac{1}{3} = 1$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2$$



$$2 \log_3^4 5y = \frac{2}{\log_3 3}$$

$$-\frac{2}{\log_3 3} - \frac{2}{\log_3 3} - \frac{1}{\log_3 3} = -16$$

$$\text{od} = \sqrt[5]{14}$$

$$\sqrt[5]{2}$$

$$\sqrt[5]{11}$$

$$\sqrt[5]{6}$$

$$\sqrt[5]{3}$$

$$\frac{3}{5}$$

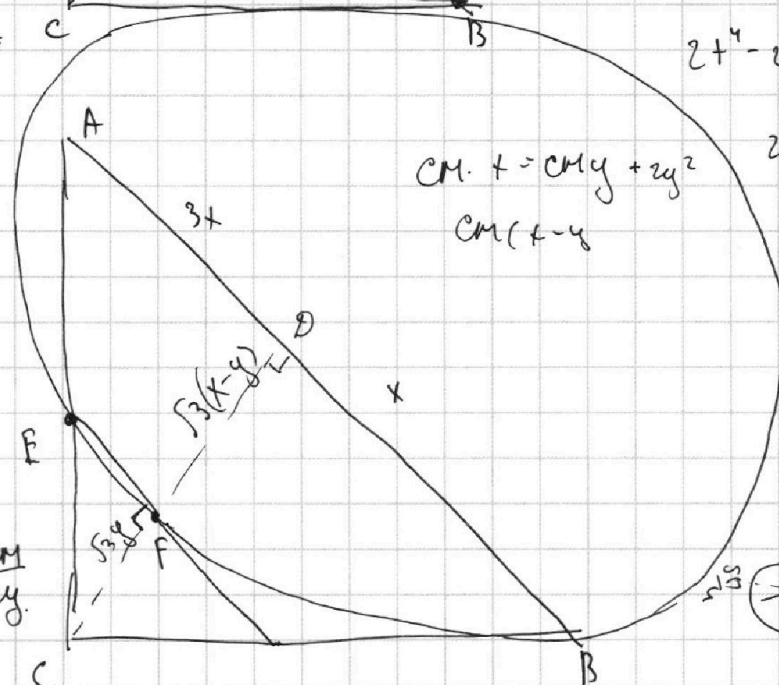
$$3y = t$$

$$2 \log_3^4 t =$$

$$2t^4 = \frac{7}{t} - 16$$

$$2q^4 = -\frac{7}{q} - 16$$

$$2t^4 - 2q^4 = \frac{7}{t} + \frac{7}{q}$$



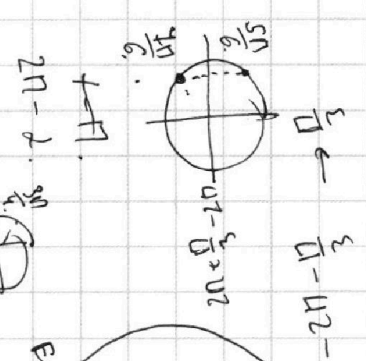
$$\text{cm. } t = \text{cm } y + 2y^2$$

$$\text{cm } (t-y)$$

$$2(t^2 - q^2)(t^2 + q^2) = 7 \frac{t+q}{t}$$

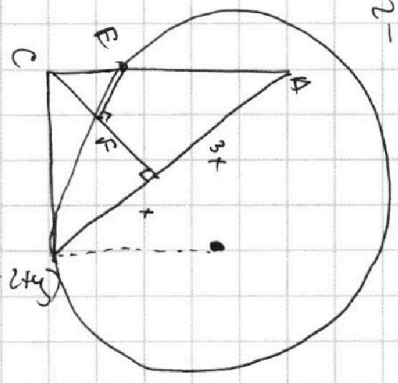
$$2(t-q)(t+q)(t^2 + q^2) = 7 \frac{t+q}{t}$$

$$\frac{5}{t-y} = \frac{\text{cm}}{2y}$$



$$\frac{131}{6} - 217 - \frac{11}{6}$$

$$\frac{2y^4}{(t+y)^2} = y^2 + 3y^2$$

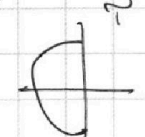


$$121 - 121 = 0$$

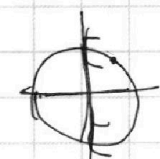
$$\frac{131}{6} - 217 - \frac{11}{6}$$

$$4y^4 = (y^2 + 3y^2)(t^2 + y^2 - 2ty)$$

$$4y^4 = 4y^2 t^2 + 4y^4 -$$



$$\frac{131}{6}$$



$$-217 - \frac{11}{6}$$

121 - 121 = 0