



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

Пример:  $n_1 = \cancel{4}$   
 $n_2 = 3$   
 $n_3 = 10$   
 $m_1 = 7$   
 $m_2 = \cancel{4}$   
 $m_3 = 11$

$q_1 = 21$   
 $q_2 = 0$   
 $q_3 = \cancel{22}$

Тогда  $a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{21}$        $a \cdot b = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{21} : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} = 2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^7$   
 $b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$        $b \cdot c = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{22} : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} = 2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^4$   
 $c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{22}$        $a \cdot c = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} = 2^0 \cdot 3^1 \cdot 5^0$

Следовательно,  $a \cdot b \cdot c = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

Ответ:  $a \cdot b \cdot c_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 a, b &: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\
 b, c &: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\
 a, c &: 2^{14} \cdot 3^{19} \cdot 5^{23}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 abc &\rightarrow \min; abc - ? \\
 a, b, c &\in \mathbb{N}
 \end{aligned}$$

- $n_1$  - кол-во  $2^1$ , на которое делится число  $a$ .
- $n_2$  - кол-во  $2^2$ , на которое делится число  $b$ .
- $n_3$  - кол-во  $2^3$ , на которое делится число  $c$ .
- $m_1$  - кол-во  $3^1$ , на которое делится число  $a$ .
- $m_2$  - кол-во  $3^2$ , на которое делится число  $b$ .
- $m_3$  - кол-во  $3^3$ , на которое делится число  $c$ .
- $q_1$  - кол-во  $5^1$ , на которое делится число  $a$ .
- $q_2$  - кол-во  $5^2$ , на которое делится число  $b$ .
- $q_3$  - кол-во  $5^3$ , на которое делится число  $c$ .

Тогда: 
$$\begin{cases}
 n_1 + n_2 \geq 7 \\
 n_2 + n_3 \geq 13 \\
 n_1 + n_3 \geq 14 \\
 2n_1 + 2n_2 + 2n_3 \geq 34 \\
 n_1 + n_2 + n_3 \geq 17 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 17 \text{ (нужное min)}
 \end{cases}$$

$$n_1, n_2, n_3, m_1, m_2, m_3, q_1, q_2, q_3 \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases}
 m_1 + m_2 \geq 11 \\
 m_2 + m_3 \geq 15 \\
 m_1 + m_3 \geq 17 \\
 2m_1 + 2m_2 + 2m_3 \geq 43 \\
 m_1 + m_2 + m_3 \geq 21,5 \rightarrow m_1 + m_2 + m_3 = 22 \text{ (нужное min)}
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 q_1 + q_2 \geq 14 \\
 q_2 + q_3 \geq 18 \\
 q_1 + q_3 \geq 43 \\
 2q_1 + 2q_2 + 2q_3 \geq 75 \\
 q_1 + q_2 + q_3 \geq 37,5 \rightarrow q_1 + q_2 + q_3 = 38 \text{ (нужное min)}
 \end{cases}$$

Но тогда  $q_2 \leq -5$ , чего быть не может.  $\rightarrow q_1 + q_2 + q_3 = 38$   
 Значит  $q_1 + q_3 \geq 43$ . Чтобы  $q_1 + q_2 + q_3 \rightarrow \min$   

$$\begin{aligned}
 q_1 + q_3 &= 43 \\
 q_2 &= 0
 \end{aligned}$$



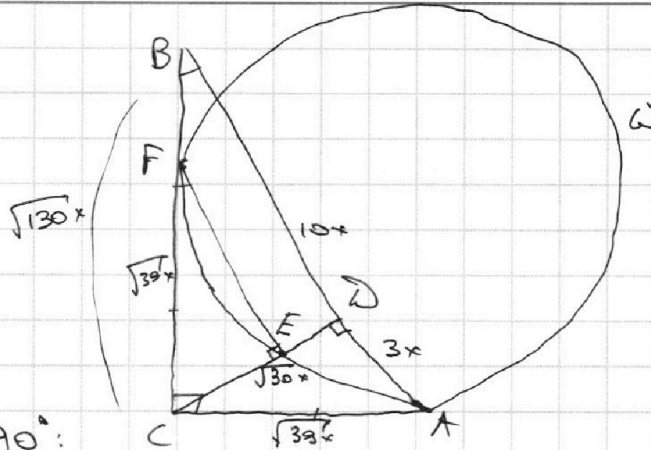
1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $ABC$  - прямоугол  
 $CD$  - высота  
 $AB \parallel EF$   
 $AB:BD = 1,3$   
 $E, F, A \in \omega$

Найти:  $\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$  - ?

Решение:



① т.к.  $\angle C = 90^\circ$ :

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}; AB = BD + AD \} \rightarrow 3BD = 10AD$$

Пусть  $AD = 3x$ , тогда  $BD = 10x$

$$CD = \sqrt{3x \cdot 10x} = \sqrt{30}x$$

$$② S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

③ т.к.  $AB \parallel EF$ :  $\angle CFE = \angle CBD$  (соотв. углы при  
 «Рассмотрим  $\triangle CFE$  и  $\triangle CBD$ :  
 $\angle C$  - общий  
 $\angle CFE = \angle CBD$  (при секущей  $CB$ )

$$\triangle CFE \sim \triangle CBD \text{ (2 угла)}$$

④  $AC = CF$  (отрезки касательных из т. C)

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{39}x \text{ (из } \triangle ACD); CF = \sqrt{39}x$$

$$CB = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{130}x \text{ (из } \triangle CDB)$$

$$k_{\text{пог. } \triangle CFE \text{ и } \triangle CBD} = \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{39}x}{\sqrt{130}x} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$⑤ \text{ из } ③ \text{ и } ④ \rightarrow CF = k \cdot CD = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt{30}x = 3x$$

$$EF = k \cdot BD = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot 10x = \sqrt{30}x$$

$$\angle CFE = \angle CBD = 90^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

$$\textcircled{6} S_{ACEF} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

$$\textcircled{7} \frac{S_{ACD}}{S_{ACEF}} = \frac{3\sqrt{30}x^2 \cdot 2}{2 \cdot 3\sqrt{30}x^2} = 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ACD}}{S_{ACEF}} = 1.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x. \text{ Пусть } y = \arccos x \rightarrow x \in [-1; 1]$$

Разделим на 5 обе части и применим ф-цию  $\cos$ :

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{y}{5}\right)$$

$y \in [0; \frac{\pi}{2}]$   
 $\rightarrow 5 \arccos x \in [0; \frac{5\pi}{2}]$

Значения синуса и косинуса совпадают при аргументах, равных

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \pi$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi n \text{ и } \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; n \in \mathbb{Z}; k \in \mathbb{Z}$$

(оба аргумента должны быть равны либо  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ , либо  $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$ )

①  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \stackrel{?}{=} \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi n}{5}\right)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{7\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}\right). \text{ Т.к. } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right] \rightarrow n = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{7\pi}{20}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

②  $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi k\right) \stackrel{?}{=} \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\frac{5\pi}{4} + 2\pi k}{5}\right), \text{ Т.к. } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right] \rightarrow n = -1$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{3\pi}{20}\right)$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

$\sin \frac{5\pi}{4} \neq \cos\left(\frac{3\pi}{20}\right) \rightarrow$  больше нигде не могут совпадать значения синуса и косинуса  $\rightarrow$  нет решений

Ответ: нет решений.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

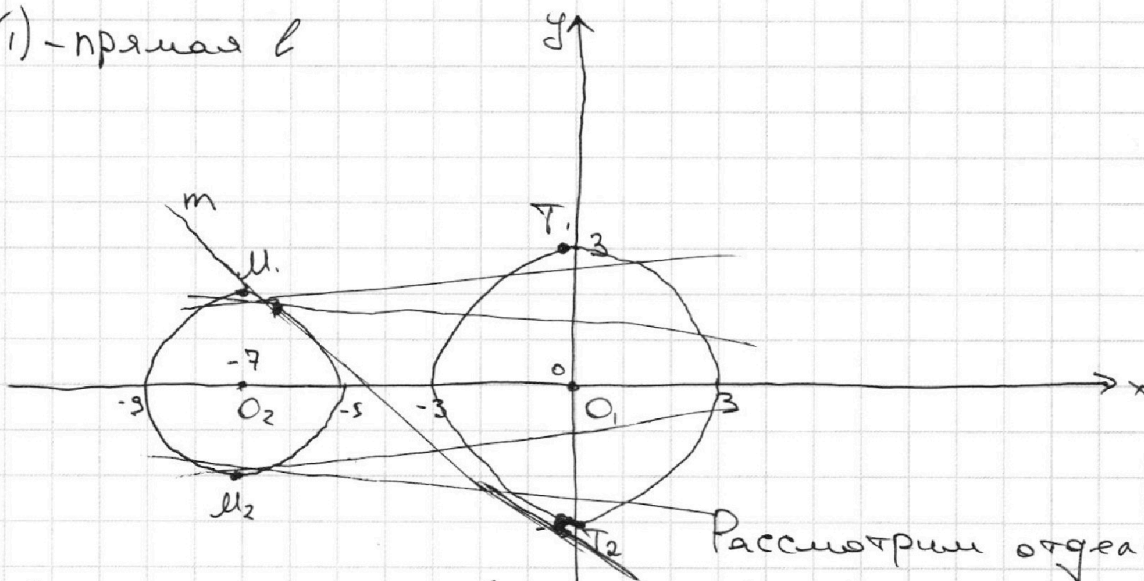


$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

из (2):  $x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$   
 $(x+7)^2 + y^2 = 4$   
 $O_1(-7; 0)$  - окружность  
 $R_1 = 2$

или  $x^2 + y^2 - 9 = 0$   
 $x^2 + y^2 = 9$   
 $O_2(0; 0)$  - окружность  
 $R_2 = 3$

(1) - прямая  $l$



система имеет 4 решения тогда и только тогда, когда ~~она~~ <sup>прямая</sup> пересекает каждую окружность дважды.

Рассмотрим отрезок  $a=0$ :

$x = 7b$  - вертикальная прямая  $\rightarrow$  max - 2 решения

То есть надо рассмотреть предельные случаи секущих (касательные) к каждой окружности

⊙ к меньшей окружности

~~$d(O_1, l) = R_1$~~   $d(O_1, l) = R_1$

$$\left| \frac{-7 - 7b}{\sqrt{1 + 9a^2}} \right| = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



продолжение

$$\left| -\frac{7}{2}(1+b) \right| = \sqrt{1+9a^2}$$

$$\sqrt{1+b} \leq 0 \Rightarrow b \leq -1$$

$f(x)$

парабола ветвями ~~вверх~~ вверх

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1 + 9a^2 \rightarrow \frac{49}{4}b^2 + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4} - 9a^2 - 1 = 0$$

Чтобы было решение  $D \geq 0$

$$D = \frac{49^2}{4} - 4 \cdot \frac{49}{4} \left( \frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \right) = \frac{49}{4} \left( \frac{49}{4} - 49 + 36a^2 + 4 \right) \geq 0$$

$D$  всегда  $\geq 0$

~~Чтобы  $b$  было  $\leq -1$~~

~~Надо, чтобы  $f(-1) \leq 0$~~

$$\frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \leq 0$$

~~$9a^2 + 1 \geq 0$  - всегда~~

② к боковой окружности:

~~$d(O_2; l) = R_2$~~

$$d(O_2; l) = R_2$$

$$\left| \frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} \right| = 3$$

$$\left| -\frac{7}{3}b \right| = \sqrt{1+9a^2}$$

$$\frac{49b^2}{9} = 1+9a^2 \rightarrow b = \pm \sqrt{\frac{9+81a^2}{49}}$$

$$\left| b \right| \leq \frac{7}{3}$$

при  $\forall a : b = -\sqrt{\frac{9+81a^2}{49}}$

Но  $m$ -общая касательная (со своим  $a$ )

и картинка симметрична относительно оси  $Ox \rightarrow$

если  $a$  - решение, то  $-a$  - тоже.

Ответ будет выглядеть следующим образом:

$$a \in (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение 12.02

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49b^2}{4} &= 1 + 9a^2 \\ \frac{49b^2}{9} &= 1 + 9a^2 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49b^2}{4} = \frac{49b^2}{9}$$

$$5b^2 + 18b + 9 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 9 \cdot 5 = 18(18 - 2 \cdot 5) = 144$$

$$b_{1,2} = \frac{-18 \pm 12}{10} = \begin{cases} -3 \\ -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$a^2 = \frac{\frac{49b^2}{9} - 1}{9}$$

при  $b = -3$ :

$$a^2 = \frac{48}{9}$$

$$a = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

при  $b = -\frac{3}{5}$

$$a^2 = \frac{24}{225}$$

$$a = \pm \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

Возьмем только  $a > 0$  (потом отразим):

$$y = \frac{-x}{3a} + \frac{76}{3a}$$

$$p = \frac{-1}{3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{1}{4}$$

$$q = \frac{-21}{3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{21}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}x - \frac{21}{4}$$

(это касат. снизу)

Запишем в виде  $y = px + q$

$$p = -\frac{1}{3 \cdot 2\sqrt{6}} = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$q = \frac{7 \cdot (-\frac{3}{5})^{15}}{3 \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{-21}{2\sqrt{6}}$$

$$y = -\frac{5}{2\sqrt{6}}x - \frac{21}{2\sqrt{6}}$$

(это касательная)

$$a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$$

Ответ:  $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_7^4 6x + 2 \log_7 6x = \log_7 6x^2 = 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_7 y = \log_7 y^6 = 7^5 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x + \frac{\log_7 6x}{\sqrt{6}} = \frac{2 \log_7 |6x|}{\sqrt{6}} - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{\log_7 y}{\sqrt{6}} = \frac{2 \log_7 |y|}{\sqrt{6}} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x + \frac{\log_7 6x}{\sqrt{6}} = \frac{2 \log_7 |6x|}{\sqrt{6}} - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{\log_7 y}{\sqrt{6}} = \frac{2 \log_7 |y|}{\sqrt{6}} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x + \frac{\log_7 6x}{\sqrt{6}} = \frac{2 \log_7 |6x|}{\sqrt{6}} - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{\log_7 y}{\sqrt{6}} = \frac{2 \log_7 |y|}{\sqrt{6}} - 4 \end{cases}$$

Пусть  $\log_7 6x = t$ , а  $\log_7 y = p$ ,  
тогда:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 \quad | \cdot t \neq 0 \\ p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{2p} - 4 \quad | \cdot p \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$xy = ?$

ОДЗ:  $x > 0$   
 $x \neq \frac{1}{6}$   
 $y > 0$   
 $y \neq 1$

$$\log_7 |6x| = \log_7 6x$$

$$\log_7 |y| = \log_7 y$$

(т.к.  $x, y > 0$  по ОДЗ)

Если  $t = \log_7 6x$ ,

$$x = \frac{7^t}{6}$$

Если  $p = \log_7 y$ ,

$$y = 7^p$$

т.е. найти надо  $xy =$

$$\frac{\sqrt{7^5 \cdot 7^p}}{6} = 6$$

Обозначим:

$$f(t) = t^5 + 4t - \frac{7}{2}$$

$$f'(t) = 5t^4 + 4 > 0$$

Ф-ия возрастает,

следовательно имеет ~~три~~ одно

1 пересечение с осью  $OT$  (1 решение уравнения):  
 $t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$

$$g(p) = p^5 + 4p + \frac{7}{2}$$

$$g'(p) = 5p^4 + 4 > 0$$

Ф-ия возрастает, следовательно имеет одно пересечение с осью  $OP$  (1 решение уравнения):  $p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0$

Заметим, что единственным решением обеих у-ий будет  $t = -p$ :

$$(-p)^5 + 4(-p) - \frac{7}{2} = 0$$

$$-p^5 - 4p - \frac{7}{2} = 0 \rightarrow p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 - \text{в таком случае}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

одно уравнение превращается в другое.

Итого  $t = -p$ ; получаем, что

$$\frac{7^z \cdot 7^p}{6} = \frac{7^{\cancel{z} \cdot 7^p}}{6} = \frac{7^p}{7^p \cdot 6} = \frac{1}{6} \rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ:  $\frac{1}{6} = xy$ .

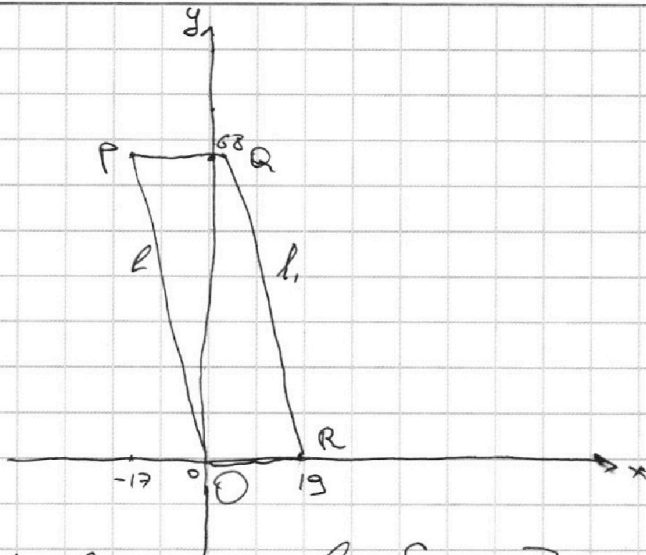
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
 6   
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

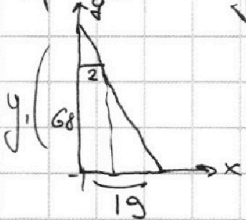


$l: y = 4x + b$ , где  $b \in [0; 76]$  - точка пересечения с осью  $Oy$ .  
 $x \in [-17; 19]$

$l_1: y = -4x + b$

$y \in [0; 68]$

при  $x = 0: y = b$



$$\frac{68}{17} = \frac{y_1}{19} = 4 \rightarrow y_1 = 76 \rightarrow b_{\max} = 76$$

$$\begin{aligned} 4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40 &\rightarrow \underbrace{4\Delta x} + \underbrace{\Delta y} = 40 \\ \Delta x = x_2 - x_1 & \\ \Delta y = y_2 - y_1 & \end{aligned} \rightarrow \Delta y = 4$$

Рассмотрим  $\Delta y = 4 \rightarrow \Delta x = 9 \rightarrow 11$  пар (17 курзав)

при  $\Delta y = 4$ :  
 $y_2 = 4$   
 $y_1 = 0$   
 или  
 $y_2 = 8$   
 $y_1 = 4$   
 или  
 $y_2 = 12$   
 $y_1 = 8$   
 и т.д.

- $\Delta y = 8 \rightarrow \Delta x = 8 \rightarrow 12$  пар (16 сл.)
- $\Delta y = 12 \rightarrow \Delta x = 7 \rightarrow 13$  пар (15 сл.)
- $\Delta y = 16 \rightarrow \Delta x = 6 \rightarrow 14$  пар (14 сл.)
- $\Delta y = 20 \rightarrow \Delta x = 5 \rightarrow 15$  пар (13 сл.)
- $\Delta y = 24 \rightarrow \Delta x = 4 \rightarrow 16$  пар (12 сл.)
- $\Delta y = 28 \rightarrow \Delta x = 3 \rightarrow 17$  пар (11 сл.)

(т.к.  $\Delta y$  можно соотносить только парам)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

предложение

$$\Delta y = 32 \rightarrow \Delta x = 2 \rightarrow 18 \text{ пар (10 см)}$$

$$\Delta y = 36 \rightarrow \Delta x = 1 \rightarrow 19 \text{ пар (9 см)}$$

$$\Delta y = 40 \rightarrow \Delta x = 0 \rightarrow 20 \text{ пар (8 см)}$$

$$\text{Итого: } 2 \cdot 11 \cdot 17 + 2 \cdot 12 \cdot 16 + 2 \cdot 13 \cdot 15 + 14 \cdot 14 + 180 + 19 \cdot 9 + 20 \cdot 8 =$$

$$= 2 \cdot 187 + 24 \cdot 16 + 30 \cdot 13 + 196 + 180 + 171 + 160 =$$

$$= 374 + 384 + 390 + 196 + 180 + 171 + 160 =$$

$$= 758 + 586 + 351 + 160 = 1344 + 511 = 1855$$

$$1855 \cdot 2 = \begin{pmatrix} \Delta x < 0 \\ \Delta y < 0 \end{pmatrix} \rightarrow 3710 \text{ пар точек} \quad \begin{matrix} \text{пар} \\ \text{точек} \end{matrix}$$

Ответ: ~~1855~~ пар точек.  
3710

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi + 2\pi n}{5} = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{20} = \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\frac{7\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} = \pi k$$

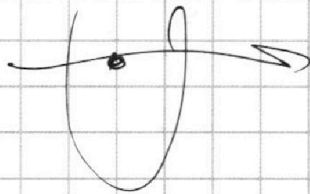
$$\pi + 2\pi n = 10\pi k \quad \begin{matrix} k \\ n \end{matrix}$$

$$1 + 2n = 10k$$

$$n = \frac{10k - 1}{2} = 4$$

$$\begin{matrix} n \in \mathbb{N} \\ k \in \mathbb{N} \end{matrix}$$

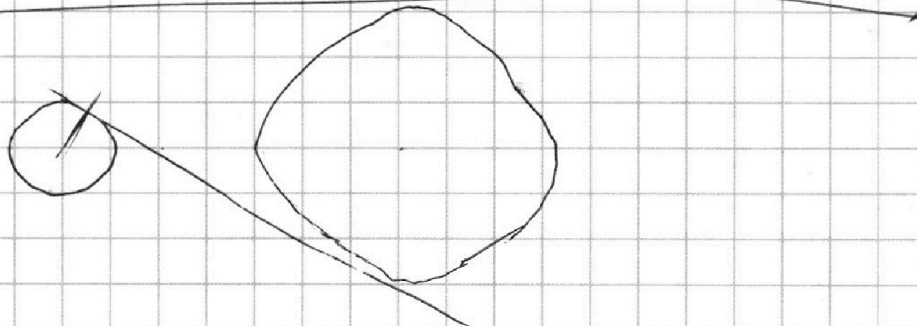
d. l. l. l.



$$-\frac{49}{2} \pm \sqrt{7(9a^2 + 1)}$$

$$\frac{2 \cdot 49}{2}$$

$$-1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{9a^2 + 1}}{49}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x - \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) = 0$$

$$\sin x - \cos \frac{3\pi}{10}$$

$$y = \arccos x \quad x \in [-1; 1] \quad \frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

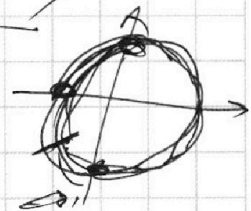
$$y \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right] \quad y \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

$$0 < \frac{3\pi}{2} + x \leq \frac{5\pi}{2} \quad / - \frac{3\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \pi$$

$$\sin x \in [-1; 1]$$

~~$$\cos \frac{3\pi}{10}$$~~



~~$$\left(\frac{3\pi}{4}\right)^2 + y^2 = 2$$~~

~~$$x^2 + \left(\frac{3\pi}{4}\right)^2 + y^2 = 2$$~~

$$x = -\frac{3\pi}{4} \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{3\pi}{20}\right)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{20}\right)$$

$$\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{20}\right)$$

$$x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3\pi}{10} \rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

$$\frac{3\pi}{20} + \frac{4x}{20} = \frac{5\pi}{20}$$

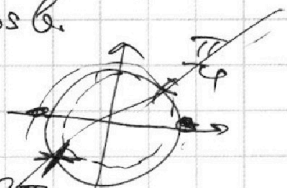
$$\frac{3\pi}{20} + \frac{4x}{20} = -\frac{5\pi}{20}$$

$$\frac{4x}{20} = \frac{2\pi}{20}$$

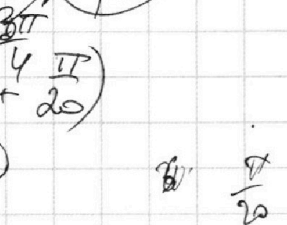
$$\frac{4x}{20} = -\frac{18\pi}{20}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = -\frac{9\pi}{10}$$



$$\sin a = \cos b$$



$$\frac{3\pi}{20} + \frac{4x}{20} = \frac{5\pi}{20}$$

4

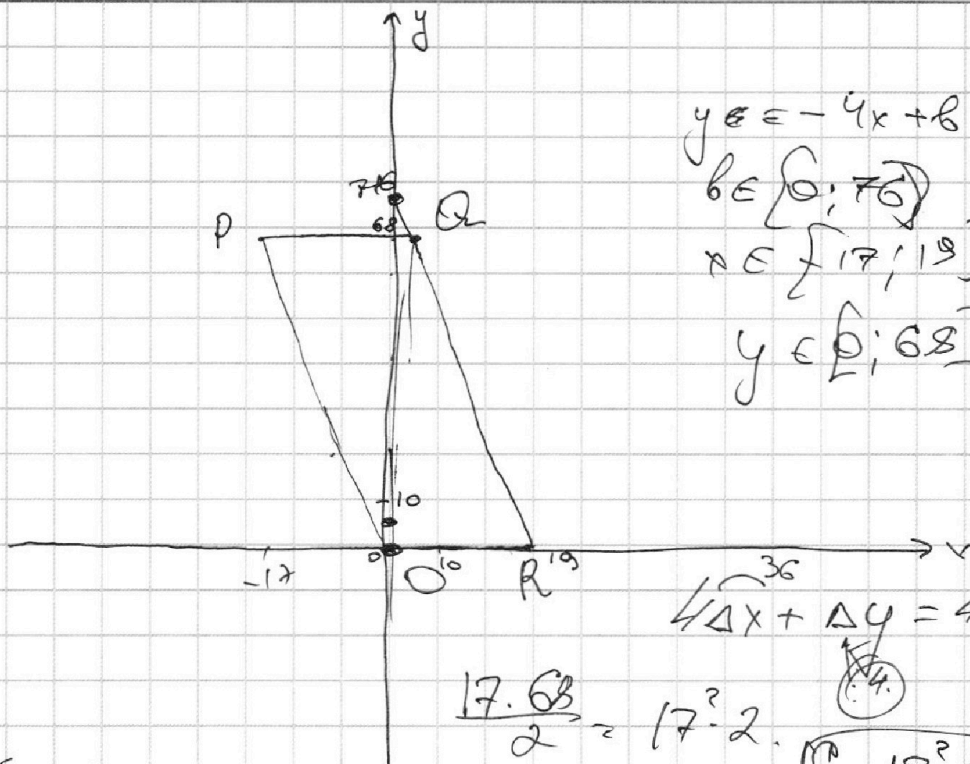
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y \in -4x + 68$$

$$x \in [0; 19]$$

$$y \in [0; 68]$$

$$4\Delta x + \Delta y = 40 : 4$$

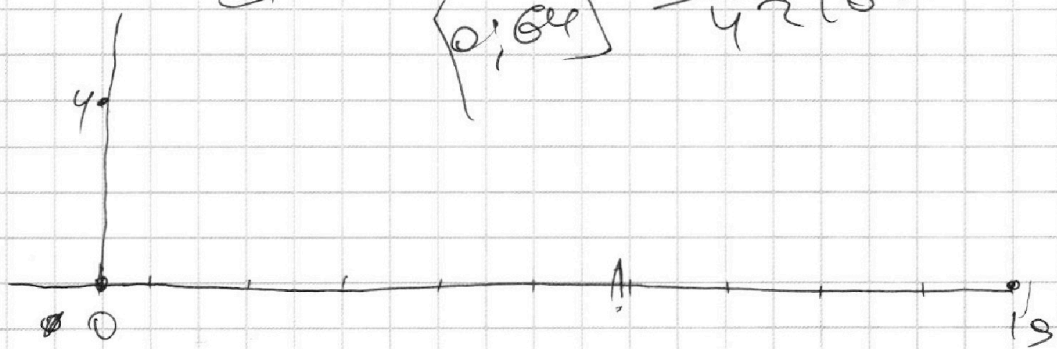
$$\frac{17 \cdot 68}{2} = 17^2 \cdot 2$$

$$S = 17^2 \cdot 4$$

- (0; 4)
- (1; 5)

$$[0; 60]$$

$$[0; 68] \frac{68}{4} = 17$$



$$4 \cdot 2x = 9$$

$$\begin{array}{r} 379 \\ + 384 \\ \hline 763 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} (0; 8) \\ + (10; 18) \end{array} \right\} 16 \text{ пар}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 10 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 24 \\ \hline 26 \\ + 16 \\ \hline 42 \\ + 34 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 390 \\ + 100 \\ \hline 490 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1    2    3    4    5    6    7  
                 

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 380 \\ + 186 \\ \hline 586 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ + 171 \\ \hline 351 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 758 \\ + 586 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 351 \\ + 160 \\ \hline 511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1855 \\ + 2 \\ \hline 3710 \end{array}$$

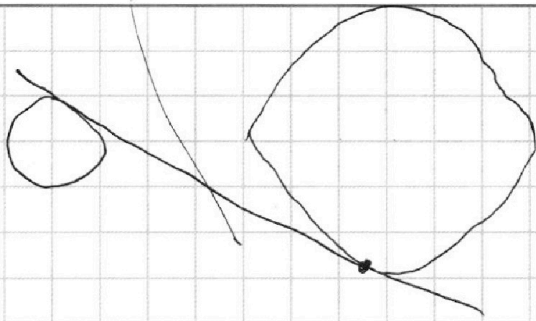
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$\frac{24}{9.25}$$

$$\frac{48}{251}$$

$$\frac{48}{9}$$

$$2\sqrt{6} = 2.4$$

$$\frac{5}{3.4} \approx 1.5$$

$$\frac{7}{2}(1+b) \in \sqrt{1+9a^2}$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1 + 9a^2$$

$$\frac{49}{9}b^2 = 1 + 9a^2$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = \frac{49}{9}b^2 \quad | \cdot 36$$

$$49 \cdot 9 + 49 \cdot 18b + 49 \cdot 9b^2 = 49 \cdot 4b^2$$

$$49 \cdot 5b^2 + 49 \cdot 18b + 9 = 0$$

$$5b^2 + 18b + 9 = 0$$

$$D = 18 \cdot 18 - 4 \cdot 9 \cdot 5 = 18(18 - 2.5) = 18 \cdot 8 = 144$$

$$b_{1,2} = \frac{-18 \pm 12}{5 \cdot 2} = \begin{cases} \frac{-18-12}{5} = -\frac{6}{2} = -3 \\ \frac{-18+12}{5} = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

$$a^2 = \frac{\frac{49}{9}b^2 - 1}{9}$$

(-6)

$$\frac{\frac{49}{9} \cdot 36 - 9}{9} = \frac{49 \cdot 36 - 9}{81} = 9(49 \cdot 4 - 1) \Rightarrow \frac{196}{9}$$

(6)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a^2 = -\frac{6}{5}$

$$\frac{49z^2 - 1}{9} = \frac{49 \cdot 36^2 - 1}{9 \cdot 25} = \frac{25}{25} = 1$$

$$z = \frac{196 - 25}{9 \cdot 25} = \frac{171}{9 \cdot 25}$$

$a = \frac{14}{3}; b = -6$

$a = \frac{\sqrt{171}}{15}; b = -\frac{6}{5}$

$y = 1$   $x \sim 3ay$   
 $14y$

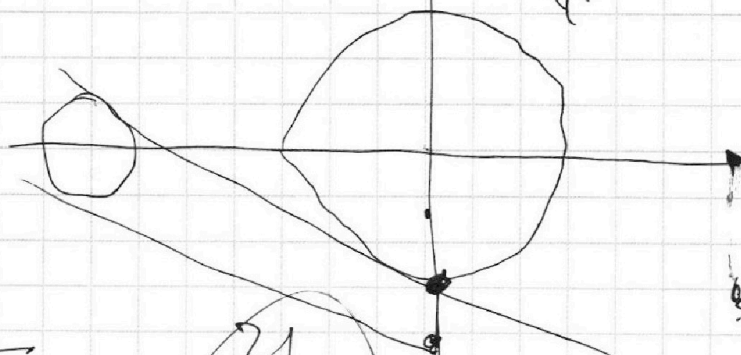
$y = \frac{-x + 7b}{3a}$

$\frac{1}{3 \cdot 4\sqrt{3}}$

$a = 2x$

$\frac{M}{4x}$

$y = \frac{7b}{3a}$



$4\sqrt{3}$   
 $4\sqrt{3}$   
 $2\sqrt{6}$

$\frac{21}{5\sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{15}}$

$\frac{21}{2\sqrt{6}}$

$\frac{-21}{3 \cdot 4\sqrt{3}}$

$\frac{-21}{4\sqrt{3}}$

$\frac{21}{2\sqrt{6}}$

$4\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} > \sqrt{6}$   
 $20\sqrt{3} \quad 2\sqrt{6}$

$\frac{17}{6.8} = 2.1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



④  $x + 3ay - 7b = 0$

$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$  или  $x^2 + y^2 = 9$

$(x+7)^2 + y^2 = -45 + 49 = 4$        $x^2 + y^2 = 9$



$y = \frac{-x+7b}{3a}$

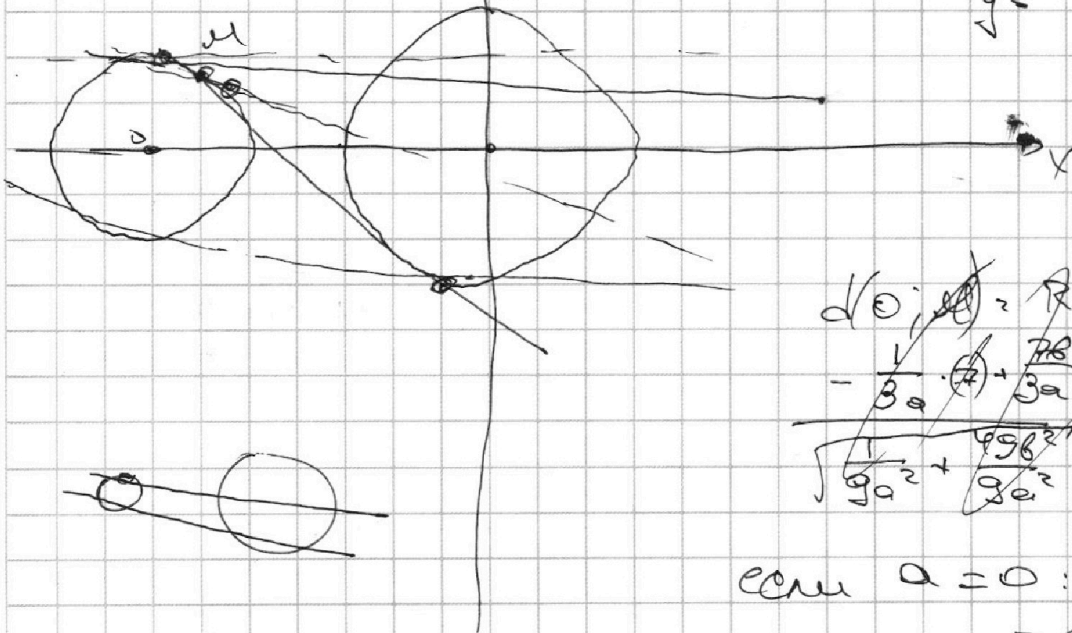
$x + 3ay - 7b = 0$

$\frac{-x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

прямая  
 $a \neq 0$

$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$

$y = \frac{1}{3|a|}x - \frac{7b}{3|a|}$



$d(O_1; O_2) = R$   
 $-\frac{1}{3a} \cdot 7 + \frac{7b}{3a}$   
 $\sqrt{\frac{49a^2}{9a^2} + \frac{49b^2}{9a^2}} = 2$

если  $a = 0$ :

$x = 7b$  - верн. время

$\frac{7+7b}{\sqrt{49b^2+1}} = 2$

$7+7b = 2\sqrt{49b^2+1}$

$7(1+2b+b^2) = 2(49b^2+1)$

$7+14b+7b^2 = 98b^2+2$

$91b^2 - 14b - 5 = 0$   $\Rightarrow \emptyset$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

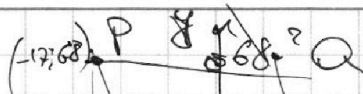
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6)

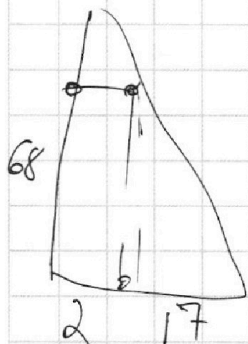


$-17^0$

$$k = -\frac{68}{17}$$

$$y = -\frac{68}{17}x + b$$

$$b \in [0; 76]$$



$$\frac{17}{68} = \frac{19}{y} \rightarrow y = \frac{19 \cdot 68}{17} = 19 \cdot 4 = 76$$

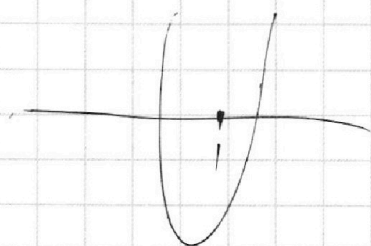
$$y = -4x + b$$

$$b \in [0; 76]$$

$$y \in [0; 68]$$

$$x \in [-17; 19]$$

$$4\Delta x + \Delta y = 40$$



$$f(-1) \leq 0$$

$$\frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{49}{4} - 9a^2 + 1 < 0$$

$$9a^2 + 1 > 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-7-7b = 2 \frac{\sqrt{49b^2+1}}{3a}$$

$$\frac{-7(1+b) \cdot 3a}{2} = \sqrt{49b^2+1} \quad (1+b)3a \leq 0$$

$$\frac{49}{4} 9a^2 (1+2b+b^2) = 49b^2+1$$

$$D = \left(\frac{49}{4} \cdot 9a^2\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{49}{4} \cdot 9a^2\right) \cdot \left(-\frac{49}{4} \cdot 9a^2 + 1\right) > 0$$

$$\frac{49 \cdot 9a^2}{4} \cdot 2 - 4 \left(1 - \frac{49 \cdot 9a^2}{4}\right)$$

$$\frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 9a^2 \cdot 2 + 49 \cdot 9a^2 - 4 > 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 9a^2 > 4 \quad | \cdot 2 : 5$$

$$a^2 > \frac{8}{3 \cdot 49 \cdot 9} \quad ; \quad a > \dots$$

$$\frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} = 3$$

$$-21b = \sqrt{1+9a^2} \quad b \leq 0$$

$$441b^2 = 1+9a^2$$

реш есть

$$b =$$

$$196 + 14^2 \cdot 2b + 196b^2 = 1+9a^2$$

$$196b^2 + 14^2 \cdot 2b + 196 - 9a^2 - 1 = 0$$

$$D = 14^2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 196 \cdot (196 - 9a^2 - 1) > 0$$

$$4 \cdot 196 \cdot 196 - 196 \cdot 9a^2 + 1 > 0$$

$$9a^2 + 1 > 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} = 3 \quad \cup \quad \frac{-7-7b}{\sqrt{1+9a^2}} = 2$$

$$-\frac{7b}{3} = \sqrt{1+9a^2} \quad | \cdot 3 \leq 0$$

$$\frac{49b^2}{9} = 1+9a^2$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1+9a^2 \quad | +b \leq 0$$

$$b \leq -1$$

$$D = \frac{49^2}{4} - 4 \cdot \frac{49}{4} (1+9a^2) > 0$$

$$\frac{49}{4} - 49 + 36a^2 + 4 > 0$$

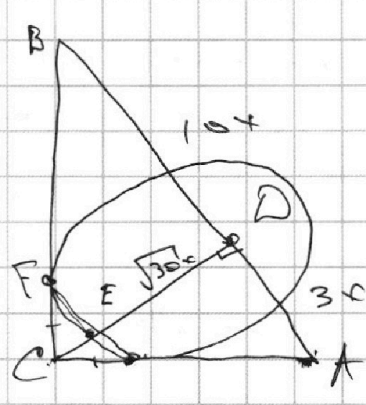
$$49 - 49 \cdot 4 + 36a^2 + 16 > 0$$

$$36a^2 - 131 > 0$$

$$a^2 \in \left(-\infty; -\frac{131}{36}\right) \cup \left(\frac{131}{36}; +\infty\right)$$

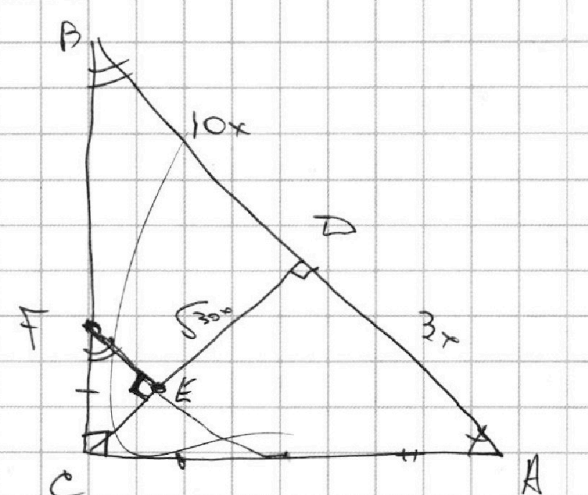
$$\begin{array}{r} +49 \\ +6 \\ \hline -196 \end{array} \quad \begin{array}{r} +49 \\ +6 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -196 \\ -65 \\ \hline 131 \end{array}$$



$AB \parallel EF$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}$$



$$7(9a^2 < 1)$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{3\sqrt{30}x^2}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_7^4 6x - 2 \log_6 x^7 = \log_{36x^2} 34^2 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_7 y = \log_{y^2} 7^5 - 4 \end{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7(6x)} = \frac{3}{2 \log_7(6x)} - 4$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$t^5 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

$$t = \sqrt[5]{\frac{7}{2}} \rightarrow \log_7(6x) = \sqrt[5]{\frac{7}{2}} \rightarrow 6x = 7^{\sqrt[5]{\frac{7}{2}}}$$

$$t^5 - 2 = \frac{3}{2} - 4t$$

$$t^5 + 4t = \frac{7}{2} \rightarrow t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$\log_{36x^2} 7^3 = \frac{3}{2} \log_6 7$$

$$\log_2(6x) = t$$

5

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2 \log_7 y} - 4$$

$$p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{2p} - 4 \quad | \cdot p$$

$$p^5 + 6 = \frac{5}{2} - 4p$$

$$p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \quad t > 0$$

$$4t + 1p = -t$$

$$-p^5 = 4p - \frac{7}{2}$$

$$t = p$$

$$-t^5 - 4t + \frac{7}{2} = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$p = \log_7 y$$

$$7^t = 6x \rightarrow x = \frac{7^t}{6}$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$f(x) = 5t^4 + 4 \rightarrow t^5 = -\frac{4}{5}$$

$$1 + 4 - 3,5 = 1,5$$

$$\frac{4}{2}t + \frac{4}{2} - \frac{7}{2}$$

$$\frac{7^t \cdot 7^p}{186} = \frac{7^{-p} \cdot 7^p}{186} = \frac{7^0}{186} = \frac{1}{186}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^5 \cdot 5^{18}$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$a = n_1 \cdot m_1 \cdot q_1$$

$$b = n_2 \cdot m_2 \cdot q_2$$

$$c = n_3 \cdot m_3 \cdot q_3$$

$$\begin{cases} n_1 + n_2 = 7 \\ n_2 + n_3 = 13 \\ n_1 + n_3 = 14 \end{cases} \rightarrow$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = \frac{20+14}{2} = 17$$

$$\frac{11+15+17}{2} = \frac{26+17}{2} = \frac{43}{2} \rightarrow 23$$

$$2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{39}$$

$$m_3 = \frac{43}{2} - 11 = \frac{21}{2}$$

$$m_1 = \frac{43}{2} - 15 = \frac{13}{2}$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = \frac{14+18+43}{2}$$

$$= \frac{32+43}{2} = \frac{75}{2}$$

$$abc^2 : 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43} \cdot m_3 = \frac{43}{2} - 17 = \frac{26}{2}$$

$$abc : 2^{17} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{25}{2}} = 2^{17}$$

$$abc^2 : 2^{20} \cdot 3^{26} \cdot 5^{32}$$

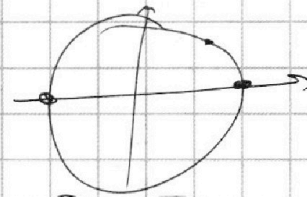
$$2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^5$$

$a \cdot b : 14$   
 $b \cdot c : 18$   
 $a \cdot b \cdot c : 5$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + x\right)$$

$$\sin x = \cos \frac{3\pi}{10} \cos x + \sin \frac{3\pi}{10} \sin x$$



$$\sin x \in [0; \pi]$$

$$-1 \leq \frac{3\pi}{10} + x \leq 1 \quad | -5$$

$$-5 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq 5 \quad | -\frac{3\pi}{2}$$

$$-5 - \frac{3\pi}{2} \leq x \leq 5 - \frac{3\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

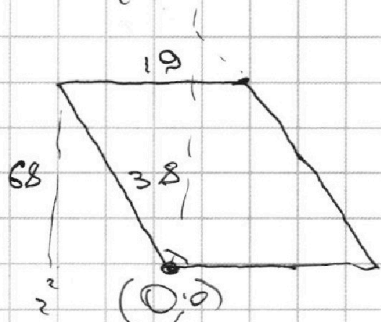
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos(5 \arccos(\sin x)) = \cos \frac{3\pi}{2} \cos 5x + \sin \frac{3\pi}{2} \sin 5x$$



$$\sqrt{68^2 + 19^2} = 19\sqrt{3+1} = 19 \cdot 2$$

$$y = -4x + 6$$

$$4x - y - 6 = 0 \quad \begin{matrix} b \in [0; 76] \\ x \in [17; 19] \\ y \in [0; 68] \end{matrix}$$

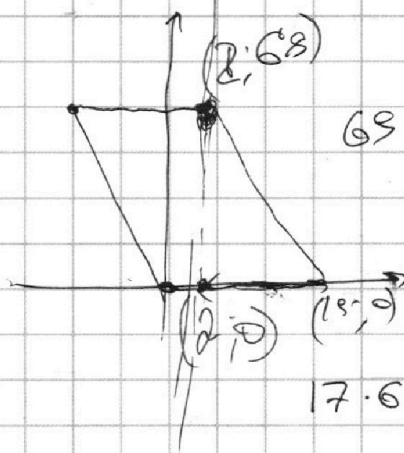
$$\Delta x + \Delta y = 40 : 4 \cdot 2^3 \cdot 5$$

$$\Delta x : 2 \quad \Delta y : 5$$

$$\Delta x : 2 \cdot 5 = 10$$

$$\Delta y : 2^3 \cdot 5 = 40$$

- 7 46  
6 5  
8 11



$$17 \cdot 68 \cdot \frac{1}{2} = 17^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

abc

$$a_2 = b_2 = 1$$

22

	2	3	5	
a	4	45	105	1+2 ≥ 14
b	3	45	0	2+3 ≥ 18
c	10	105	43	3+5 ≥ 43

ca

$$c_3 - a_3 = 4$$

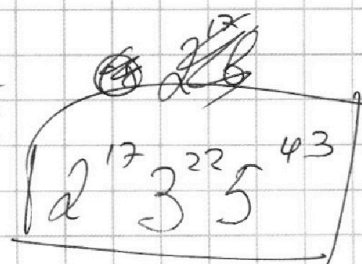
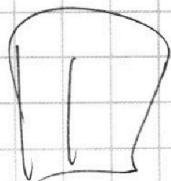
$$c_5 - a_5 = 4$$

$$x + x + 4 = 13$$

$$a_5 + c_5 = 43$$

$$t + t + 4 = 43$$

$$t = \frac{39}{2} = 19,5$$



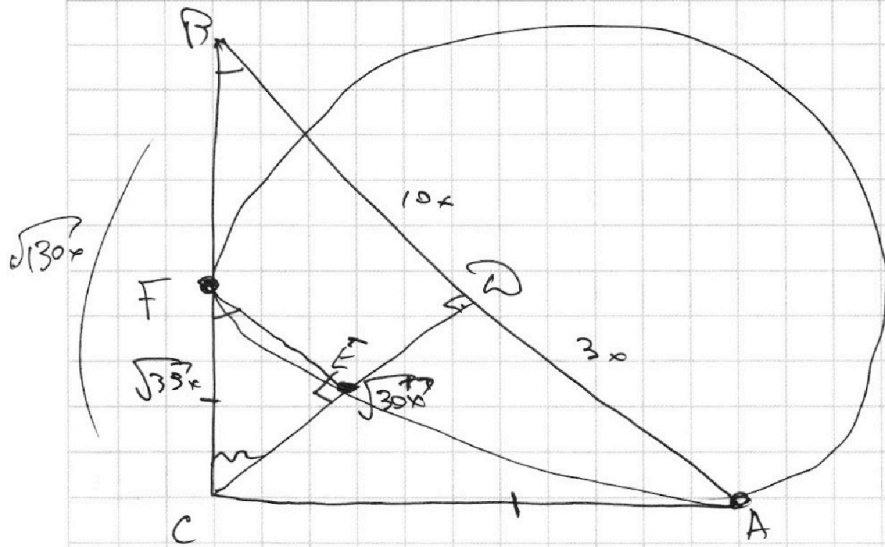
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CB = \sqrt{30x + 100x} = \sqrt{130x}$$

$$AC = \sqrt{30x + 9x} = \sqrt{39x}$$

$$k = \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{130}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$CF = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt{30x} = \sqrt{\frac{90}{10}} x = 3x$$

$$FD = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot 10x = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^2}{10}} x = \sqrt{30} x$$

$$S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30} x = \frac{3\sqrt{30}}{2} x^2$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30} x = \frac{3\sqrt{30}}{2} x^2$$

$$10BD = 10AD = 13BD$$

