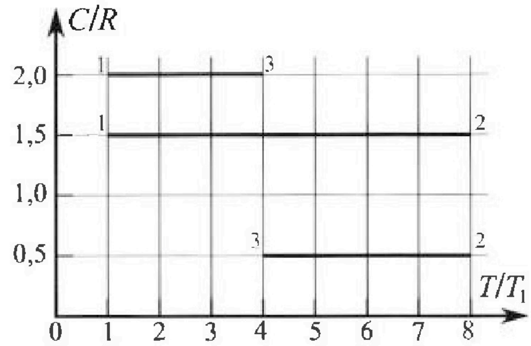
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

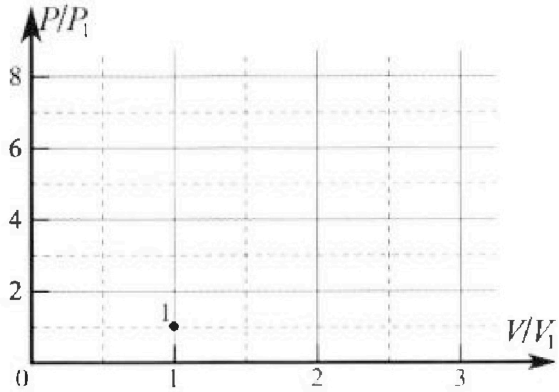
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



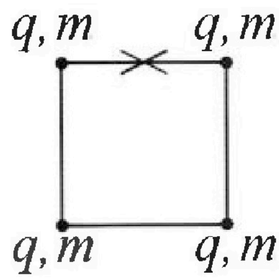
1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком рас стоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

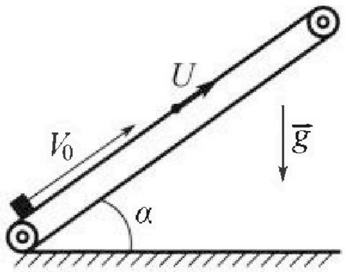
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

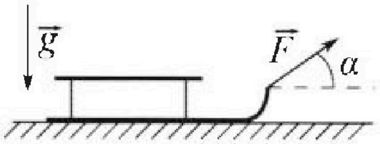
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое в ремя T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g.
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\alpha = 45^\circ$
$L = 20\,м$
$H = 3{,}6\,м$
$g = 10\,\frac{м}{с^2}$
1) $V_0 = ?$
2) $S = ?$

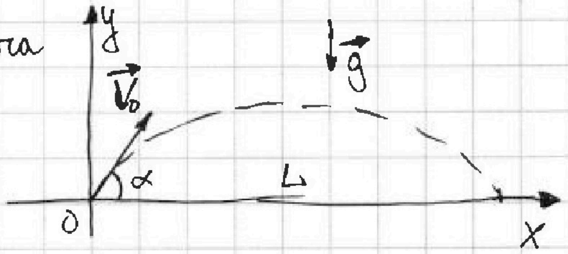
Решение:

1) Ур-я движения мяча

$x:\ V_0\cos\alpha\, t_0 = L$

$y:\ V_0\sin\alpha\, t_0 - \frac{1}{2}g t_0^2 = 0$

t_0 — время полёта (стенки нет)



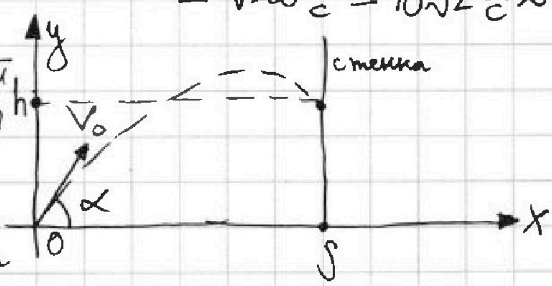
$$\begin{cases} L = V_0\cos\alpha\, t_0 \\ t_0 = \frac{2V_0\sin\alpha}{g} \end{cases} \Rightarrow L = \frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g},\quad V_0^2 = \frac{gL}{\sin 2\alpha}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} \quad (\sin\tfrac{\pi}{2} = 1)$$

$$\bullet\ V_0 = \sqrt{\frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 20\,м}{1}} = \sqrt{200}\,\frac{м}{с} = 10\sqrt{2}\,\frac{м}{с} \approx 14{,}1\,\frac{м}{с}\ \bullet$$

2) Теперь α — произвольный угол, ~~$t\ \alpha\in$~~ под которым футболист направляет мяч.

S — расст-е до стенки, h — высота точки попадания мяча в стенку.



Ур-я движ-я: $X:\ S = V_0\cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{S}{V_0\cos\alpha}$ (1)

$Y:\ h = V_0\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}g t^2$ (2)

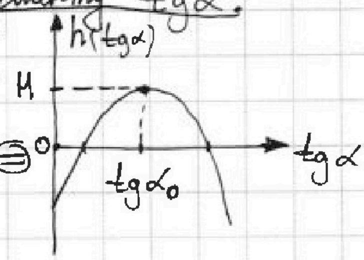
(1) $\to$ (2): $h = V_0\sin\alpha\,\frac{S}{V_0\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\,\frac{S^2}{V_0^2\cos^2\alpha}$

$$h = S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2\cos^2\alpha},\quad \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$$

$$h = S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2}(tg^2\alpha + 1) = -\frac{gS^2}{2V_0^2}tg^2\alpha + S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$h = h(tg\alpha)$, найдём максимум h по аргументу $tg\alpha$.

• График $h(tg\alpha)$ — парабола с ветвями вниз, максимум: $h = H$ при $\alpha = \alpha_0$ — в вершине.



$$\bullet\ tg\alpha_0 = \left\{"-\frac{b}{2a}"\right\} = \frac{-S}{2\left(-\frac{gS^2}{2V_0^2}\right)} = \frac{S}{\frac{gS^2}{V_0^2}} \ominus$$

$$\ominus\ \frac{SV_0^2}{gS^2} = \frac{V_0^2}{gS}$$

$$\bullet\ H = h(tg\alpha_0) = -\frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot\frac{V_0^4}{g^2S^2} + S\,\frac{V_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} \ominus$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\ominus \frac{gS^2}{2V_0^2}$

$$H = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$$\frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - H \Big| \cdot 2V_0^2$$

$$gS^2 = \frac{V_0^4}{g} - 2HV_0^2 \Big| : g$$

$$S^2 = \frac{V_0^4}{g^2} - \frac{2HV_0^2}{g} = \frac{V_0^2}{g}\left(\frac{V_0^2}{g} - 2H\right) = \frac{V_0^4}{g^2}\left(1 - \frac{2gH}{V_0^2}\right)$$

$$S = \frac{V_0^2}{g}\sqrt{\cancel{2}\left(1 - \frac{2gH}{V_0^2}\right)}, \quad \text{где } V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}$$

$$\cancel{S = \frac{gL}{g \sin 2\alpha}\sqrt{2\left(1 - \frac{gH}{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}\right)} = \frac{L}{\sin 2\alpha}\sqrt{2\left(1 - \frac{H \sin 2\alpha}{L}\right)}}$$

$$\cancel{S = \frac{20\,м}{1}\sqrt{2\left(1 - \frac{3{,}6\,м \cdot 1}{20\,м}\right)} = 20\sqrt{2 - \frac{3{,}6}{10}}\,м = 20\sqrt{2 - 0{,}36}\,м =}$$

$$\cancel{= 20\sqrt{1{,}64}\,м = 20\sqrt{\frac{164}{100}}\,м = \frac{20}{10}\sqrt{4 \cdot 41}\,м = 2 \cdot 2\sqrt{41}\,М = 4\sqrt{41}\,М \approx}$$

$\cancel{\approx 26\,м}$

$$S = \frac{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}{g}\sqrt{1 - \frac{2 \cdot g \cdot H}{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}} =$$

$$= \frac{L}{\sin 2\alpha}\sqrt{1 - \frac{2H \sin 2\alpha}{L}}$$

$$S = \frac{20\,м}{1}\sqrt{1 - \frac{2 \cdot 3{,}6\,м \cdot 1}{20\,м}} = 20\sqrt{1 - 0{,}36}\,м = 20\sqrt{0{,}64}\,м =$$

$$= 20 \cdot 0{,}8\,м = 16\,м$$

<u>Ответ:</u> 1) $V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2}\,\frac{м}{с} \approx$

$\approx 14{,}1\,\frac{м}{с}$

2) $S = \frac{V_0^2}{g}\sqrt{1 - \frac{2Hg}{V_0^2}} = \frac{L}{\sin 2\alpha}\sqrt{1 - \frac{2H\sin 2\alpha}{L}} \ominus$

$\ominus$ 16 м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

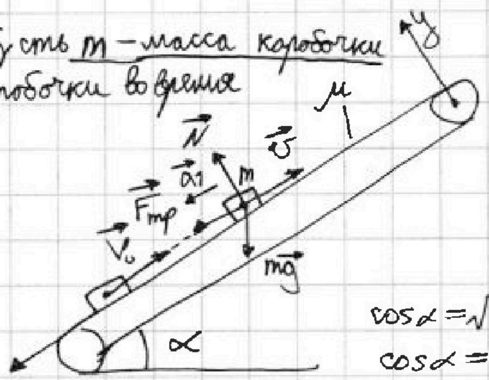
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sin\alpha = 0{,}6$
$V_0 = 6\,\frac{м}{с}$
$\mu = 0{,}5$
$T = 1\,с$
$U = 1\,\frac{м}{с}$
$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

1) $S = ?$
2) $T_1 = ?$
3) $L = ?$

Решение:

1) Рассмотрим первый опыт. Пусть m – масса коробочки
2-й з-н Ньютона для коробочки во время движения вверх: $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$



$X:\ F_{тр} + mg\sin\alpha = ma_1$
$Y:\ N = mg\cos\alpha$
$F_{тр} = \mu N$ (скольжение)

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$
$\cos\alpha = 0{,}8$

$\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma_1$

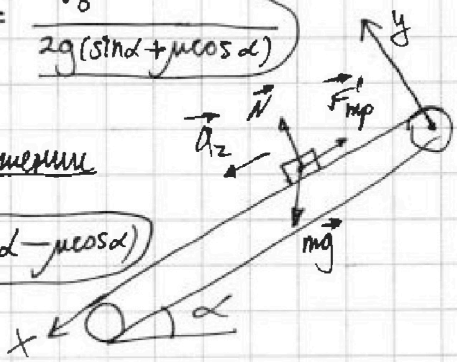
$\boxed{a_1 = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = const$

Коробочка остановится ч/з τ_1: $V_0 - a_1\tau_1 = 0$

$$\tau_1 = \frac{V_0}{a_1} = \frac{V_0}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{6}{10(0{,}5\cdot 0{,}8 + 0{,}6)}\,с =$$

$$= \frac{6}{10(0{,}4+0{,}6)}\,с = 0{,}6\,с < T = 1\,с \Rightarrow$$ коробочка достигнет высшей т-ки и будет двигаться вниз.

$S = S_1 + S_2$ (путь вверх; путь вниз), $\quad S_1 = \frac{V_0^2}{2a_1} = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$



2) 2-й з-н Ньютона для коробочки при движении вниз:
$X:\ mg\sin\alpha - F'_{тр} = ma_2$
$Y:\ N = mg\cos\alpha$
$F'_{тр} = F_{тр} = \mu N$
$\Rightarrow \boxed{a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$

$S_2 = \frac{a_2(T-\tau_1)^2}{2} = \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)(T-\tau_1)^2$, где $\tau_1 = 0{,}6\,с$ – время движения вверх.

3) $$S = S_1 + S_2 = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\left(T - \frac{V_0}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}\right)^2$$

$$S = \frac{36}{2\cdot 10(0{,}6+0{,}4)} + \frac{1}{2}\cdot 10(0{,}6-0{,}4)\left(1 - \frac{6}{10(0{,}4+0{,}6)}\right)^2 м =$$

$$= \frac{\cancel{36}^{18}}{\cancel{20}_{10}} + 5\cdot 0{,}2\cdot(1-0{,}6)^2\,м = 1{,}8 + (0{,}4)^2\,м = (1{,}8 + 0{,}16)\,м =$$

$$= 1{,}96\,м$$

4) Рассмотрим второй опыт. $U = const \Rightarrow$ транспортёр – ИСО.
Уравнения 2 з-на Ньютона в ИСО транспортёра те же, что и в

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

случае первого опыта ⇒ при движении вверх и вниз у коробочки будут те же ускорения a_1 и a_2 соответственно.

при движ. вверх: $a_1 = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$

при движ. вниз: $a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

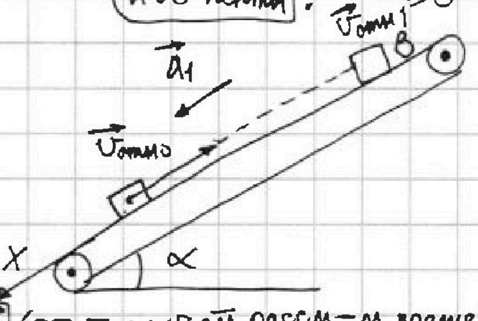
З-н слож. скоростей: $\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}_{отн}$

скорость коробки отн-но ленты

скорость коробки в ЛСО

скорость ленты

ИСО ленты: $\vec{v}_{отн 1} = \vec{0}$



$\vec{v}_{отн 0} = \vec{V}_0 - \vec{u}$, $v_{отн 0} = V_0 - u$

По условию, $\tau/з$ время T_1:

$|\vec{v}_1| = |\vec{u}| \Rightarrow \vec{v}_{отн 1} = \vec{0}$ или $\vec{v}\,'_{отн 1} = -2\vec{u}$ (этот случай рассм-м позже)

X: $\underset{0}{v_{отн 1}} = \underset{V_0 - u}{v_{отн 0}} - a_1 T_1$

$V_0 - u = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)T_1$, $T_1 = \dfrac{V_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

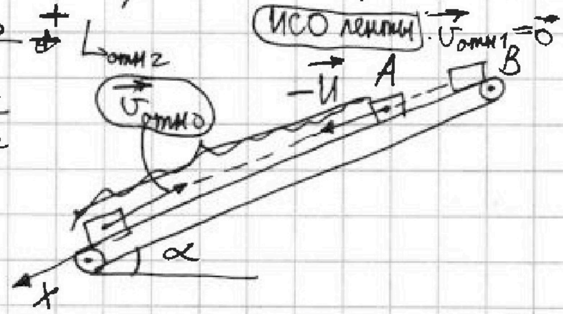
• $T_1 = \dfrac{6-1}{10(0{,}6 + 0{,}5 \cdot 0{,}8)}\,с = 0{,}5\,с$ •

5) $\vec{v}_2 = \vec{0}$ — по усл. в некоторый момент коробка в ЛСО остановилась.

$\vec{v}_2 = \vec{v}_{отн 2} + \vec{u} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_{отн 2} = -\vec{u}$ — в этот момент отн-но ленты коробочка движ-ся вниз со скоростью $|\vec{v}_{отн 2}| = u$.

X: $-L_{отн} = L_{отн 1_x} + L_{отн 2_x} = -\dfrac{v_{отн 0}^2}{2a_1} + L_{отн 2}$

ИСО ленты: $\vec{v}_{отн 1} = \vec{0}$



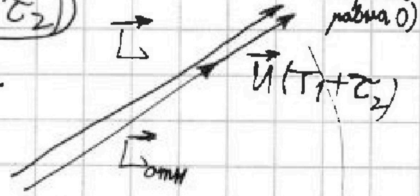
$L_{отн 2} = \frac{1}{2}a_2\tau_2^2 = \frac{1}{2}a_2\dfrac{u^2}{a_2^2} = \dfrac{u^2}{2a_2}$

$u = 0 + a_2\tau_2$, $\tau_2 = \dfrac{u}{a_2}$

$L_{отн} = \dfrac{(V_0 - u)^2}{2a_1} - \dfrac{u^2}{2a_2}$ —

— перемещение коробочки отн-но ленты к моменту, когда $\vec{v}_2 = \vec{0}$ (в ЛСО скорость равна 0)

З-н слож. перемещений: $\vec{L} = \vec{L}_{отн} + \vec{u}(T_1 + \tau_2)$



$L = \dfrac{(V_0 - u)^2}{2a_1} - \dfrac{u^2}{2a_2} + u\left(T_1 + \dfrac{u}{a_2}\right) =$

$= \dfrac{(V_0 - u)^2}{2a_1} + uT_1 - \dfrac{u^2}{2a_2} + \dfrac{u^2}{a_2} =$

$= \dfrac{(V_0 - u)^2}{2a_1} + \dfrac{u^2}{2a_2} + uT_1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

• $L = \frac{(V_0-u)^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} + \frac{u^2}{2g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)} + u\cdot\frac{(V_0-u)}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}$

$L = \left(\frac{(6-1)^2}{2\cdot10\cdot1} + \frac{1^2}{2\cdot10\cdot(0{,}6-0{,}4)} + 1\cdot\frac{6-1}{10\cdot1}\right)м =$

$= \left(\frac{25}{20} + \frac{1}{20\cdot0{,}2} + 0{,}5\right)м = (1{,}25 + 0{,}25 + 0{,}5)м = 2\,м$ • —

— расст-е от точки старта до т. A в ЛСО

~~Ответ: 1) $S = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} + \frac{1}{2}g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)\cdot$~~

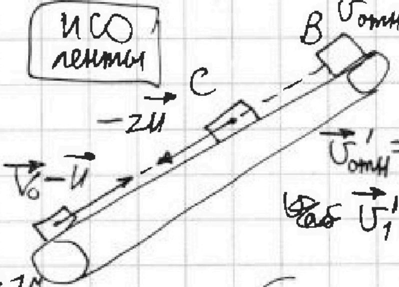
~~$\left(T - \frac{V_0}{g(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)}\right)^2 = 1{,}96\,м$~~

~~2)~~

• $L_{отн} = 1{,}25\,м - 0{,}25\,м = 1\,м$

Вернёмся к поиску T_1 и рассм-м 2-й случай, когда отн-но ленты коробка движ-ся вниз со скоростью $(-2\vec{u})$.

$T_1' = T_1 + \tau_{вниз\,BC}$



$\vec{v}_{отн1} = 0$

$\vec{v}'_{отн} = -2\vec{u}$

абс $\vec{v}_1' = -\vec{u}$

$0 + \tau_{вниз\,BC}\cdot a_2 = 2u$

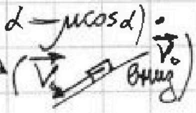
$\tau_{вниз\,BC} = \frac{2u}{a_2}$

$T_1' = T_1 + \frac{2u}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)} = 0{,}5\,с + \frac{2\cdot1\frac{м}{с}}{10\frac{м}{с^2}\cdot(0{,}6-0{,}4)} = \left(0{,}5 + \frac{2}{10\cdot0{,}2}\right)с$

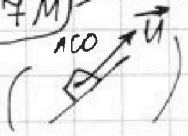
$T_1' = 1{,}5\,с$

Ответ: 1) $S = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} + \frac{1}{2}g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)\cdot$

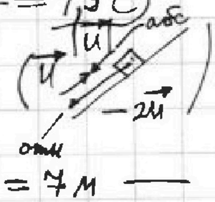
$\cdot\left(T - \frac{V_0}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}\right)^2 = 1{,}96\,м$ ~~или~~ или $S' = 7\,м$



2) $T_1 = \frac{V_0-u}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} = 0{,}5\,с$



или $T_1' = \frac{V_0-u}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} + \frac{2u}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)} = 1{,}5\,с$



3) $L = 2\,м$ (формулу см. выше)

К ~~вот~~ ответу на вопрос 1): $S' = V_0T + \frac{1}{2}g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)T^2 = 7\,м$ —

— если в первом опыте скорость V_0 сообщили вниз вдоль ленты.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

добавление к пунктам 1) — 3) решения:

если в первом опыте скорость V_0 сообщили коробочке вниз вдоль ленты:

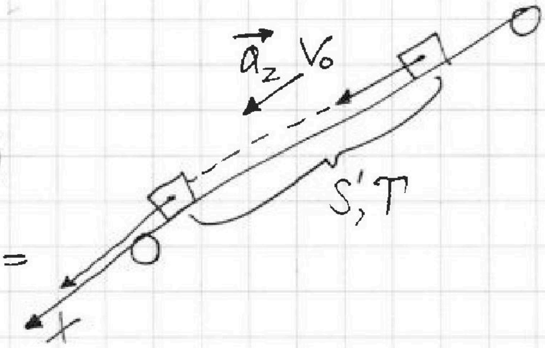
$$x:\ S' = V_0 T + \frac{1}{2} a_2 T^2$$

$$a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$S' = V_0 T + \frac{1}{2} g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) T^2$$

$$S' = (6 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 10(0,6 - 0,4) \cdot 1^2)\ м =$$

$$= (6 + 5 \cdot 0,2)\ м = 7\ м$$



K, m
α, g
1) $\mu = ?$
2) $S = ?$

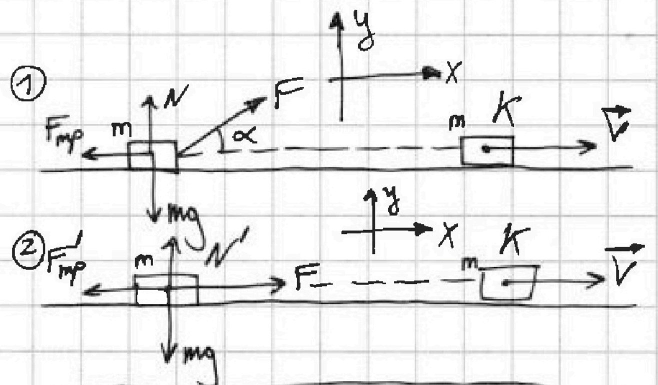
Решение:

1) 2 ЗН для санок в случае ①:

X: $\cancel{F}\ \cancel{F}\ F\cos\alpha - F_{тр} = ma_1$

Y: $N + F\sin\alpha = mg$

$F_{тр} = \mu N = \mu(mg - F\sin\alpha)$



в случае ②: X: $F - F'_{тр} = ma_2$

Y: $N' = mg$

$F'_{тр} = \mu N' = \mu mg$

$$ma_1 = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)$$
$$ma_2 = F - \mu mg$$

2) Теорема о кин. энергии для санок

①: $K - 0 = A_{тр1} + A_{F1} + \underset{0}{\underset{\parallel}{A_N}} + \underset{0}{\underset{\parallel}{A_{mg}}} = -F_{тр}S_1 + FS_1\cos\alpha$ $(\vec{N}\perp\vec{V}, m\vec{g}\perp\vec{V})$

②: $K - 0 = -F'_{тр}S_2 + FS_2$ $(A_{N'} = 0, \vec{N'}\perp\vec{V})$

$$\begin{cases} K = FS_1\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)S_1 \\ K = FS_2 - \mu mgS_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} S_1 = \dfrac{V^2}{2a_1} \\ S_2 = \dfrac{V^2}{2a_2} \end{cases} \ (РУД,\ a_{1,2} = const_{1,2})$$

$\frac{mV^2}{2} = K$, $V = \sqrt{\frac{2K}{m}}$

$$K = F\cdot\frac{V^2}{2a_2} - \mu mg\frac{V^2}{2a_2}$$

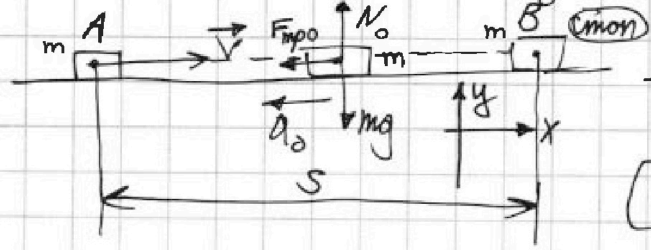
3) По условию участки пути одинаковы: $S_1 = S_2 \Rightarrow a_1 = a_2$

$$\frac{F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)}{m} = \frac{F - \mu mg}{m}$$

$$F\cos\alpha - \cancel{\mu mg} + \mu F\sin\alpha = F - \cancel{\mu mg}$$

$\mu\sin\alpha + \cos\alpha = 1$, $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$

4) До остановки санки в обоих случаях движ-ся равнозамедленно:



2 ЗН для санок: y: $N_0 = mg$

X: $-F_{тр0} = -ma_0$

$F_{тр0} = \mu N_0$

$a_0 = \mu g = const_0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

руд AB $\quad S = \frac{V^2}{2a_0}$

$\frac{mV^2}{2} = K, \; a_0 = \mu g$

$\Rightarrow S = \frac{\frac{2K}{m}}{2\mu g} = \frac{K}{\mu m g}$

$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$ (см. п. 3) реш-я)

$S = \frac{K}{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} mg} = \frac{K\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg}$

<u>Ответ:</u> 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

2) $S = \frac{K\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg} = \frac{K}{\mu m g}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\nu = 1$ моль

$i = 3$

$T_1 = 200\,K$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{K\cdot моль}$

1) $A_{31} = ?$ (над)

2) $\eta = ?$

3) График $\left(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1}\right)$

Решение

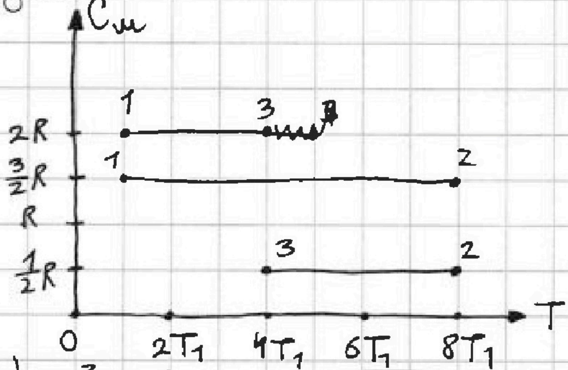
1) Построим график $C_м(T)$, где $C_м$ — молярная теплоёмкость газа (переобозначаем $C_м = C$ — мол. теплоёмк.)

1-й з-н Термодинамики:

процесс 3–1:

$Q_{31} = A_{г31} + \Delta U_{31}$

работа газа; изм-е внутр. эн-ии в процессе 3→1.



$$\Delta U_{31} = U_1 - U_3 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - 4T_1) = -\frac{9}{2}\nu R T_1$$

$$Q_{31} = C_{м31}\cdot \nu(T_1 - T_3) = 2R\cdot\nu(T_1 - 4T_1) = -6\nu R T_1$$

$$\underset{(над)}{A_{31}} = -A_{31г} = -(Q_{31} - \Delta U_{31}) = \Delta U_{31} - Q_{31} = -\frac{9}{2}\nu R T_1 - (-6\nu R T_1) =$$
$$= \left(6 - \frac{9}{2}\right)\nu R T_1 = \frac{12-9}{2}\nu R T_1 = \frac{3}{2}\nu R T_1$$

• $\boxed{A_{31} = \frac{3}{2}\nu R T_1} = \frac{3}{2}\cdot 1\,моль\cdot 8{,}31\,\frac{Дж}{K\cdot моль}\cdot 200\,K = 3\cdot 8{,}31\cdot 100\,Дж =$
$= 24{,}93\cdot 100\,Дж = \boxed{2493\,Дж}$ •

2)

$$\delta Q = p\,dV + dU$$

$pV = \nu R T$

$(p+dp)(V+dV) = \nu R(T+dT) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$

$$C_м \nu\, dT = p\,dV + \frac{3}{2}d(pV)$$
$$C_м \nu\, dT = p\,dV + \frac{3}{2}(V\,dp + p\,dV) = \frac{5}{2}p\,dV + \frac{3}{2}V\,dp \,\Big|: pV$$
$$C_м \frac{\nu}{pV}dT = \frac{5}{2}\frac{dV}{V} + \frac{3}{2}\frac{dp}{p}$$
$$\frac{C_м}{R}\frac{dT}{T} = \frac{5}{2}\frac{dV}{V} + \frac{3}{2}\frac{dp}{p}$$
$$\alpha\left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V}\right) = \frac{5}{2}\frac{dV}{V} + \frac{3}{2}\frac{dp}{p}$$

$\left(\alpha - \frac{3}{2}\right)\frac{dp}{p} = \left(\frac{5}{2} - \alpha\right)\frac{dV}{V}$

$(2\alpha - 3)\frac{dp}{p} = (5 - 2\alpha)\frac{dV}{V}$

$\frac{dp}{p} = \frac{5-2\alpha}{2\alpha-3}\frac{dV}{V} \Rightarrow p \sim V^{\left(\frac{5-2\alpha}{2\alpha-3}\right)}$

$\alpha = 2$: $p \sim V^{\frac{5-4}{4-3}} = V^1$, $p \sim V$

$\alpha = \frac{3}{2}$: $V = const$

~~$p \sim V^{\frac{5-3}{}}$~~

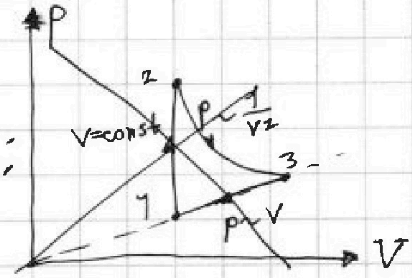
$\alpha = 0{,}5$: $p \sim V^{\frac{5-1}{1-3}} = V^{\frac{4}{-2}} = V^{-2}$, $p \sim \frac{1}{V^2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) 1-й з-н термодинамики в дифференц. форме: $\delta Q = dU + p dV$



$i=3$, $C_m = \alpha R$, где α – некоторое число;

$\alpha R \nu dT = \frac{3}{2}\nu R dT + p dV \,|: \nu R$

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ (p+dp)(V+dV) = \nu R(T+dT) \end{cases} (dp, dV, dT \text{ – очень малы}) \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

$$\begin{cases} \alpha\, dT = \frac{3}{2} dT + \frac{p dV}{\nu R} \,|: T \\ \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} \end{cases} \Rightarrow \alpha\left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V}\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V}\right) + \frac{dV}{V}$$

$$\alpha \frac{dp}{p} + \alpha \frac{dV}{V} = \frac{3}{2}\frac{dp}{p} + \frac{5}{2}\frac{dV}{V}$$

$$\left(\alpha - \frac{3}{2}\right)\frac{dp}{p} = \left(\frac{5}{2} - \alpha\right)\frac{dV}{V} \,|\cdot 2$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{5-2\alpha}{2\alpha-3}\cdot\frac{dV}{V}, \text{ где } \alpha = \frac{C_m}{R}$$

Проинтегрировав, получим: $p \sim V^{\left(\frac{5-2\alpha}{2\alpha-3}\right)}$ (*) ("~" – "пропорционально")

используем (*):

1–3: $\alpha = 2$: $p \sim V^1$

1–2: $\alpha = \frac{3}{2}$: $V = const$

2–3: $\alpha = 0{,}5$: $p \sim V^{\frac{5-2\cdot 0{,}5}{2\cdot 0{,}5 - 3}} = V^{\frac{4}{-2}} = V^{-2} \Rightarrow p \sim \frac{1}{V^2}$ $(pV^2 = const)$

• 1–2: $V = const$, з-н Шарля: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{8T_1}$, $p_2 = 8p_1$ $V_2 = V_1$

$$\begin{cases} \cancel{p_2 V_2 = 8\nu RT_1} \quad \cancel{8p_1 V_2 = 8} \\ \cancel{p_1 V_1 = \nu RT_1} \end{cases}$$

• 2–3: $p \sim \frac{1}{V^2}$, $p_2 = \beta\frac{1}{V_2^2}$, $p_3 = \beta\frac{1}{V_3^2}$

$$\begin{cases} p_2 V_2 \cdot V_2 = \beta \\ p_3 V_3 \cdot V_3 = \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_3 V_3 = 4\nu RT_1 \\ p_2 V_2 = 8\nu RT_1 \\ p_1 V_1 = \nu RT_1 \end{cases}$$

$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 8$, $\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = 4$

$V_2 \cdot 8\cancel{\nu RT_1} = V_3 \cdot 4\cancel{\nu RT_1}$

$V_3 = 2V_2 = 2V_1 \Rightarrow \begin{cases} p_3 V_3 = 4\nu RT_1 \\ \cancel{8}p_1 \cdot V_2 = \cancel{8}\nu RT_1 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

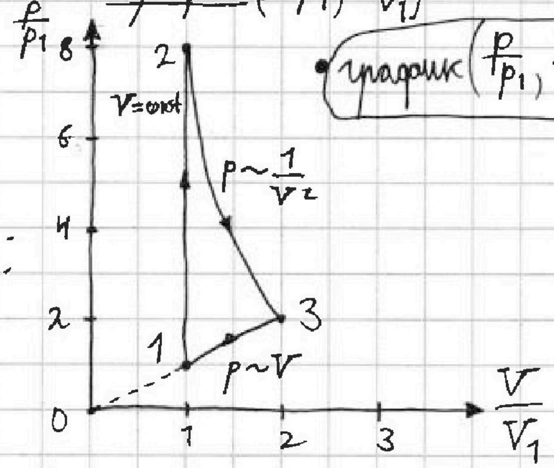
МФТИ

$$\begin{cases} p_3V_3 = 4\nu RT_1 \\ V_3 = 2V_2 = 2V_1 \\ p_1V_1 = \nu RT_1 \end{cases} \qquad p_3 \cdot \cancel{2}\cancel{V_1} = \overset{2}{\cancel{4}}\, p_1 \cancel{V_1}$$

$$\boxed{p_3 = 2p_1} \qquad \boxed{V_3 = 2V_1}$$

Строим по полученным данным график $\left(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1}\right)$

- 1–2: $V = const$
- 2–3: $p \sim \frac{1}{V^2}$, $V\uparrow$, $p\downarrow$
- 3–1: $p \sim V$, $V\downarrow$, $p\downarrow$



• график $\left(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1}\right)$ •

3) 1-й з-н термодинамики:

1–2: $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$
$\vee$ 0 (из графика $\frac{C}{R}\left(\frac{T}{T_1}\right)$)

2–3: $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$
$\wedge$ 0 (из графика $\frac{C}{R}\left(\frac{T}{T_1}\right)$)

3–1: $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$
$\wedge$ 0 (из графика $\frac{C}{R}\left(\frac{T}{T_1}\right)$)

$$\begin{cases} Q_{23} < 0 \\ Q_{31} < 0 \\ Q_{12} > 0 \end{cases} \Rightarrow Q_н = Q_{12} > 0$$
(от нагревателя)

$\boxed{\eta = \frac{A}{Q_н}}$, где A — работа газа за весь цикл.

цикл замкнут: $\Delta U_{1231} = 0 \Rightarrow A = A_{12_г} + A_{23_г} + A_{31_г} =$

$= Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = c_{\mu_{12}}\nu(T_2 - T_1) + c_{\mu_{23}}\nu(T_3 - T_2) + c_{\mu_{31}} \cdot$

$\cdot (T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(8T_1 - T_1) + \frac{\nu R}{2}(4T_1 - 8T_1) + 2R\nu(T_1 - 4T_1) =$

$= \frac{3 \cdot 7}{2}\nu RT_1 + \nu R \cdot \frac{1}{2} \cdot (-4T_1) + 2\nu R \cdot (-3T_1) =$

$= \frac{21}{2}\nu RT_1 - 2\nu RT_1 - 6\nu RT_1 = \left(\frac{21}{2} - 8\right)\nu RT_1 = \frac{21-16}{2}\nu RT_1 =$

$= \frac{5}{2}\nu RT_1$

$Q_н = Q_{12} = c_{\mu_{12}}\nu(T_2 - T_1) = 7T_1 \cdot \nu \cdot$

$\cdot \frac{3}{2}R = \frac{21}{2}\nu RT_1$

• $\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\frac{5}{2}\nu RT_1}{\frac{21}{2}\nu RT_1} = \frac{5}{21}$ •

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

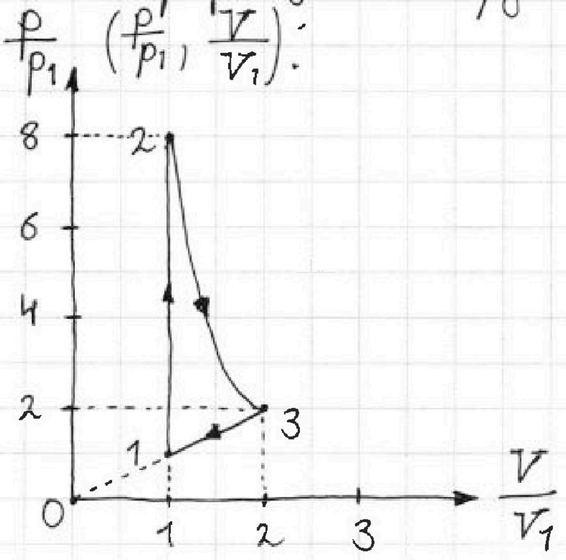
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Ответ: 1) $A_{31} = \frac{3}{2}\nu R T_1 = 2493$ Дж

2) $\eta = \frac{5}{21}$

3) График цикла в координатах $\left(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1}\right)$:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

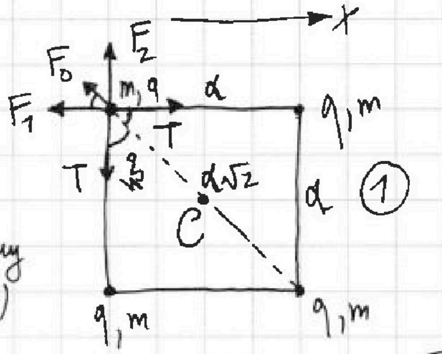
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a
T
m
ε_0

1) $|q| = ?$

Решение: 1) Рассм-м один из шариков.
Условие равновесия X:

$$T = F_1 + F_0 \cos 45^\circ$$



$$\begin{cases} F_1 = F_2 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{|q| \cdot |q|}{a^2} \\ F_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{|q| \cdot |q|}{(a\sqrt{2})^2} \end{cases}$$ (по з-ну Кулона)

$$T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{a^2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}$$

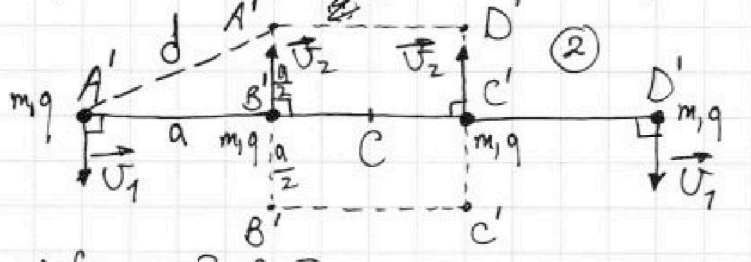
$$3q^2 = 8\pi\varepsilon_0 T a^2$$

$$|q| = a\sqrt{\frac{8\pi\varepsilon_0 T}{3}} = \boxed{2a\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0}{3} T}}$$

2) ~~&~~ Рассмотрим систему ~~шариков. $R_{внешн}$~~ "4 шарика + + нити"

$\vec{R}_{\substack{внешн \\ сил}} = \vec{0}$ для этой системы (она после пересечения нити замкнута) $\Rightarrow$ $\begin{cases} \vec{v}_C = \vec{v}_{C,0} = \overrightarrow{const} = \vec{0} \\ \vec{a}_C = \vec{0} \text{ (ускорение у центра масс отсутствует)} \end{cases}$ — центр масс системы покоится всё время

$\Rightarrow$ если в начале центр масс системы был в т. C (в силу симметрии), то он и дальше будет в этой точке. Пусть в момент, когда шарики на одной прямой их скорости: v_1 (A' и D')
v_2 (B' и ~~E~~ C')



З.С.И.: $2mv_2 = 2mv_1$
$(\vec{P}_{системы} = \vec{0} = \overrightarrow{const})$

$$\boxed{v_2 = v_1 = v}$$

3) ~~Систе~~ З.С.Э. для системы шариков ① → ②: $\left(W_p = k\dfrac{q_1 q_2}{r}\right)$

$$W_{p1} + 0 = W_{p2} + 4\frac{mv^2}{2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

($W_p = 0$ выбираем на бесконечности)

$$4 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}}\right) = 4 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a}\right) + 2mv^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\cancel{2}\left(\frac{2kq^2}{a}+\frac{kq^2\sqrt{2}}{2a}\right)=\cancel{2}mv^2+\cancel{2}\left(\frac{kq^2}{a}+\frac{5}{6}kq^2\right)$$

$$\frac{kq^2}{a}\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}-1-\frac{5}{6}\right)=mv^2$$

$$v_{1,2}=|q|\sqrt{\frac{k}{ma}\left(\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}=|q|\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 ma}\left(\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}=$$

$$=\boxed{|q|\sqrt{\frac{3\sqrt{2}+1}{24\pi\varepsilon_0 ma}}}=a\sqrt{\frac{8\pi\varepsilon_0 T}{3}\cdot\frac{3\sqrt{2}+1}{24\pi\varepsilon_0 ma}}=\sqrt{a^2\,\frac{3\sqrt{2}+1}{9}\,\frac{T}{ma}}=$$

$$=\boxed{\sqrt{\frac{3\sqrt{2}+1}{9}\cdot\frac{aT}{m}}}$$

4) Из геометрии (см. рис.) в момент 2: $d^2=a^2+\frac{a^2}{4}$

$$\boxed{d=\frac{\sqrt{5}}{2}a}$$

Ответ: 1) $|q|=2a\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0}{3}T}$

2) $v=|q|\cdot\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 ma}\left(\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}=\sqrt{\frac{3\sqrt{2}+1}{9}\cdot\frac{Ta}{m}}$

3) $d=\frac{\sqrt{5}}{2}a.$