



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 3^{14} \cdot 7^{13}$$
$$ac: 3^{23} \cdot 7^{42}$$
$$bc: 3^{19} \cdot 7^{17}$$

Пусть степень вхождения 3 в $a'' = A$
 3 в $b'' = B$
 3 в $c'' = C$

$$\begin{cases} A+B \geq 14 \\ A+C \geq 23 \\ B+C \geq 19 \end{cases} \quad 2(A+B+C) \geq 56 \Rightarrow A+B+C \geq 28 \Rightarrow \begin{cases} A \geq 9 \\ B \geq 5 \\ C \geq 14 \end{cases}$$

Значит мин степень вхождения 3 в $abc'' \geq 9+5+14 = 38$

7 мин степень вхождения 42 , т.к. $ac \mid abc$
 $abc: ac \Rightarrow$ если $ac: 7^{42} \Rightarrow abc: 7^{42}$

Пример.

$$\begin{cases} a = 3^9 \cdot 7^{13} \\ b = 3^5 \\ c = 3^{14} \cdot 7^{23} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab: 3^{14} \cdot 7^{13} \\ ac: 3^{23} \cdot 7^{42} \\ bc: 3^{19} \cdot 7^{29} \end{cases} \Rightarrow abc: 3^{38} \cdot 7^{42}$$
$$abc \geq 3^{38} \cdot 7^{42}$$
$$abc \geq 3^{38} \cdot 7^{42}$$

Ответ: $3^{38} \cdot 7^{42}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2} = \frac{1}{a-b}$$

Пусть эта дробь сократится
на какой-то простой фактор

тогда $a+b \equiv p$

$$(a-b)^2 \equiv 11ab \pmod{p}$$

$$(a+b)^2 \equiv p \Rightarrow 11ab \equiv p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b \equiv p \\ 11ab \equiv p \end{cases}$$

если $p \neq 11$, то пусть без ограничения общности $a \equiv p$ и $a+b \equiv p \Rightarrow b \equiv p$, но тогда

$(a,b) = p$, что следует из сокращения. Значит

$a \not\equiv p$, и $\Rightarrow b \equiv p \Rightarrow 11 \equiv p$, но 11 - простое $\Rightarrow p = 11$.

Значит единственное число, на которое сократится исходная дробь это $11 \Rightarrow m = 11$

Пример. $a = 5$ $b = 6$, $(a,b) = 1$. $a+b = 11$

$$(a+b)^2 = 11ab = 3121 - 330 = 2791 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{11}{209} = \frac{1}{19}$$

Ответ: при $m = 11$, пример.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 9x + 1} = 5 - 6x$$

$\overset{a}{\parallel} \qquad \qquad \qquad \overset{b}{\parallel}$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) = 0$$
$$a - b = a^2 - b^2 \quad a^2 - b^2 - a + b = 0$$
$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 3x^2 + 9x + 1 \geq 0 \end{cases}$
оба $\Delta < 0, a > 0$
 $3x^2 - 5x + 6$ всегда ≥ 0
 $3x^2 + 9x + 1$ всегда ≥ 0

1) $a - b = 0$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + 9x + 1} \quad | \cdot 2$$
$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + 9x + 1$$

$$5 = 6x$$

$$\boxed{x = \frac{5}{6}}$$

2) $a + b = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + 9x + 1} = 1$$
$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 9x + 1} = 5 - 6x$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x$$

$$3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 169 - 72 = 97$$

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}}$$

Ответ: $X = \left(\frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}, \frac{5}{6} \right)$

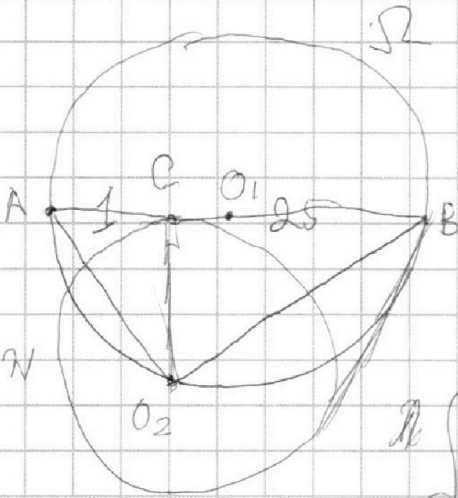
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{\Omega} = \frac{AB}{2} = \frac{1+25}{2} = 13$$

$O_2C \perp AB$ (радиус к ~~касательной~~ касательной)

$\angle AO_2B = 90^\circ \Rightarrow$ угол, опирающийся

на диаметр.

$$\begin{cases} AO_2^2 + BO_2^2 = 26^2 = 676 \\ AO_2^2 - 1 = BO_2^2 - 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AO_2^2 + AO_2^2 = 676 \\ AO_2^2 + 624 = BO_2^2 \end{cases}$$

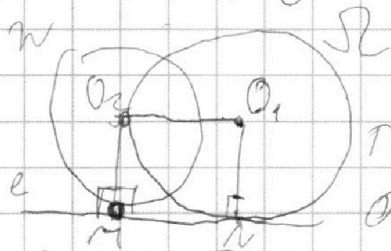
$$\Rightarrow \begin{cases} 2AO_2^2 = 676 \\ AO_2^2 + 624 = BO_2^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2AO_2^2 = 676 \\ AO_2^2 + 624 = BO_2^2 \end{cases} \Rightarrow 2AO_2^2 = 676 \Rightarrow AO_2^2 = 338 \Rightarrow AO_2 = \sqrt{338}$$

$$\Rightarrow BO_2^2 = 650 \Rightarrow BO_2 = \sqrt{650} = 5\sqrt{26}$$

Тогда $R_{\Omega} = CO_2 = \sqrt{AO_2^2 - 1} = \sqrt{337} = 5$. Мы знаем мы

знаем радиусы двух окр. Перорисуем картинку.

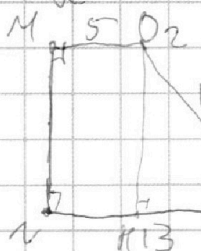


e - касательная к Ω, Ω . M, N

точки касания Ω и Ω соответственно

$O_2M \perp e, O_1N \perp e, O_2M = 5, O_1N = 13, O_1O_2 =$

$= R_{\Omega} = 13$. Тогда получаем равнобедренный треугольник.



MN - касательная, тогда опустим \perp из O_2

на $NO_1 \Rightarrow MN = NO_2$ (прямоугольный) $\Rightarrow NO_1 = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow O_2M = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$. А $O_2O_1 = MN \Rightarrow$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{105}$$

Ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 5x - y &= 3z & \frac{15}{z} \cdot \frac{8}{x} &= \frac{1}{y} & \frac{15x - 8z}{7x} &= \frac{1}{y} & y &= \frac{7x}{15x - 8z} \\
 5x - 3z &= y
 \end{aligned}$$

$$(5x - 3z)(15x - 8z) = 7x^2$$

$$75x^2 - 40xz - 45xz + 624z^2 = 7x^2 \Rightarrow 68x^2 - 85xz + 624z^2 = 0$$

$$75x^2 - 86xz + 624z^2 = 0 \quad | : z^2 \Rightarrow a$$

$$75a^2 - 86a + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 75 \cdot 24 \cdot 4 = 196$$

$$a_{1,2} = \frac{86 \pm 14}{150} \quad a_1 = \frac{2}{3} \quad a_2 = \frac{92}{150} = \frac{36}{75} = \frac{12}{25}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{2}{3}$$

$$1) 3x = 2z$$

$$\frac{12}{25} = \frac{x}{z}$$

$$2) 25x = 12z$$

$$1) z = \frac{3x}{2} \Rightarrow \frac{15}{z} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$$

$$2y = x \Rightarrow 6y = 2x \Rightarrow 3y = x$$

$$25x^2 = 100y^2$$

$$x^2 = 4y^2$$

$$3x^2 = 27y^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - x^2}{y^2 + 3x^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{90}{28} = \frac{45}{14} = \frac{3}{14}$$

$$2) z = \frac{25x}{12} \quad 12z = 25x$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15 \cdot 12}{25x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{36}{5x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{4}{5x} \Rightarrow 5x = 4y$$

$$25x^2 = 16y^2$$

$$12z = 25x = -20y$$

$$z = -\frac{5y}{3}$$

$$\frac{16y^2 - y^2 + 25y^2}{y^2 + 25y^2} =$$

$$= \frac{156 \cdot \frac{25}{9}}{16 \cdot \frac{25}{3}} = \frac{1356 \cdot 25}{9} \cdot \frac{3}{28} =$$

$$= \frac{160 \cdot 3}{8 \cdot 28} = \frac{40}{3 \cdot 7} = \frac{40}{21} = 1 \frac{19}{21}$$

Ответ: $1 \frac{19}{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть S - расстояние между А и В.
 x - скорость мотоциклиста
 y - скорость велосипедиста

$$\frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y} \quad \Rightarrow \quad S \frac{y - x}{xy} = 1 \quad S(x - y) = xy$$

$$\frac{S}{x} y + 49 = \frac{S}{y} x$$

$$\frac{S}{x + 7} + 0,6 = \frac{S}{y + 7}$$

$$\frac{xy \cdot y}{(x - y)x} + 49 = \frac{xy \cdot x}{(x - y)y} \quad \frac{y^2}{x - y} + 49 = \frac{x^2}{x - y}$$

$$49 = \frac{(x - y)(x + y)}{x - y}$$

$$49 = x + y \quad y = 49 - x$$

$$\frac{xy}{(x + 7)(x - y)} + 0,6 = \frac{xy}{(x - y)(y + 7)}$$

$$\frac{(49 - x)x}{(x + 7)(2x - 49)} + 0,6 = \frac{(49 - x)x}{(2x - 49)(56 - x)}$$

$$\frac{(49 - x)x(x + 7) - (49 - x)x(56 - x)}{(x + 7)(2x - 49)(56 - x)} = 0,6$$

$$\frac{(49 - x)x(x + 7 - 56 + x)}{(x + 7)(2x - 49)(56 - x)} = 0,6$$

$$\frac{49x}{(x + 7)(2x - 49)(56 - x)} = 0,6$$

$$49x - x^2 = (56x - x^2 - 392 - 7x) \cdot 0,6 \quad | \cdot 10$$

$$490x - 10x^2 = 294x - 6x^2 + 2352$$

$$4x^2 - 136x + 2352 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 49x + 588 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 588 = 2401 - 2352 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{49 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 28 \Rightarrow y_1 = 21 \quad \text{т.к. скорости}$$

$$x_2 = 21 \Rightarrow y_2 = 28 \quad \text{моториста } \neq$$

$$x = 28 \quad y = 21$$

$$S = \frac{xy}{x - y} = \frac{28 \cdot 21}{7} = 84$$

Ответ: 84 км

$$\begin{array}{r} 2352 \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{-32} \\ 32 \\ \underline{-32} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \overline{) 7} \\ 592 \\ \underline{-56} \\ 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 81} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 392 \overline{) 6} \\ 2352 \\ \underline{-2352} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 490 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 49} \\ 49 \\ \underline{-49} \\ 0 \end{array}$$



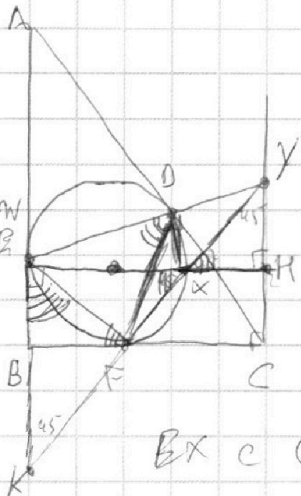
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$XY = a$$

$$BX = \sqrt{2}a$$

Докажем до пересек FX и BE . $AB \perp BC$, $CY \perp BC$.

Значит $CY \parallel AB$. Тогда $BX \parallel BC$, т.к. BX —

C ~~на~~ диаметр W . ~~А~~ Докажем до пересек.

$BX \perp CY$. $\Rightarrow \angle BDF = \angle EXF = \angle EFB$ (кас. и хорда) \Rightarrow т.к. $\angle FEB$ (кас. и хорда)

т.к. $FB \perp AB \Rightarrow \angle BEF = 45^\circ \Rightarrow$ ~~т.к.~~ $OXNY$ — \perp — KEX — \perp —

$$\triangle AED \sim \triangle C'DD \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$$\cancel{AY} = a \Rightarrow XH = \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ кв.}$$

$\triangle EDX \sim \triangle EHY$. (с E общ, и $\angle X = \angle Y = 90^\circ$)

$$\frac{ED}{EH} = \frac{EX}{EY} = \frac{DX}{HY}$$

$$\frac{ED}{1,5\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \frac{DX}{\frac{a}{\sqrt{2}}}$$

$$ED \cdot EY = 3a^2$$

$$EY = \sqrt{(1,5\sqrt{2}a)^2 + \frac{a^2}{2}} = a\sqrt{2,25 \cdot 2 + \frac{1}{2}} = a\sqrt{5} \Rightarrow ED = \frac{3a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$DY = EY - ED = a\sqrt{5} - a\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{ED}{DY} = \frac{3a}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2a} = 1,5 \Rightarrow \boxed{\frac{AD}{DC} = 1,5}$$
 Ответ: 1,5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 b^2 c^2 = 3^5 \cdot 7^2$$

$$abc = 28$$

$$\begin{cases} a=5 \\ a=9 \\ c=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=9 \\ b=5 \\ c=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} abc = 13 \\ abc = 17 \\ abc = 42 \end{cases}$$

$$abc =$$

$$\begin{cases} abc = 14 \\ abc = 19 \\ abc = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = c - b \\ abc = c \\ abc + a = 19 \\ b = 5 \\ c = 18 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 5 - 6x$$

$$\frac{abc}{(abc)^2} = \frac{1}{abc}$$

$$abc = d$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$(abc)^2 = d$$

$$(a - b)(a + b)(a + b) = 0$$

$$(abc)^2 = \frac{1}{abc} \cdot d$$

$$(a - b)(a + b) = 0$$

$$11abc = d$$

$$abc(a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$abc = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + 6x + 1}$$

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} \neq \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 1 \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 5 - 6x \end{cases}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + 6x + 1$$

$$5 = 6x$$

$$3x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$\frac{125}{6}$$

$$\frac{75 - 25}{36} = \frac{50}{36}$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$

$$9a \cdot b$$

$$abc = d$$

$$3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2$$

$$\frac{36}{270}$$

$$11abc = d \Rightarrow abc = \frac{d}{11}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 6 \cdot 3 = \\ 72 \\ 36 \\ 27 \\ 67 \\ 169 \\ 72 \\ 99 \end{array}$$

$$D = 169 - 72 = 97$$

$$\frac{5 + 6}{25 - 270 + 36}$$

$$\begin{array}{r} 330 \\ -121 \\ \hline 209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 209 \overline{)11} \\ 11 \\ \hline 92 \\ 92 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \\ 67 \\ \hline 209 \end{array}$$

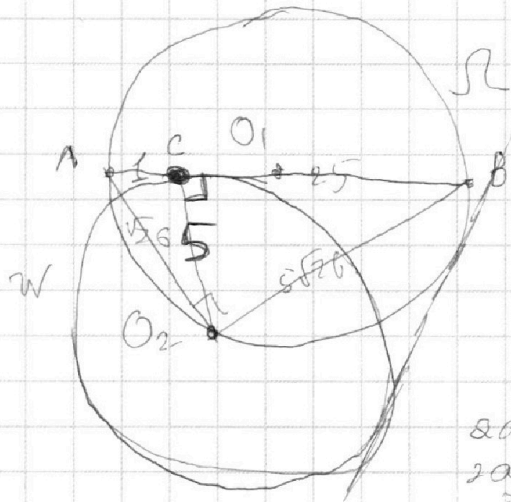
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{\Omega} = 13$$

$$AO_1 = a$$

$$BO_1 = b$$

$$a^2 + b^2 = 676$$

$$a^2 - 1 = b^2 - 625$$

$$a^2 - b^2 = 624$$

$$2a^2 - 676 = 624$$

$$2a^2 = 1300$$

$$a^2 = 650$$

$$a = \sqrt{650}$$

$$b = \sqrt{650} = 5\sqrt{26}$$

$$R_W = 5$$

$$\begin{array}{r} 650 \overline{) 25} \\ 50 \overline{) 26} \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 26} \\ 20 \overline{) 26} \\ \hline 158 \\ 28 \overline{) 158} \\ \hline 76 \end{array}$$

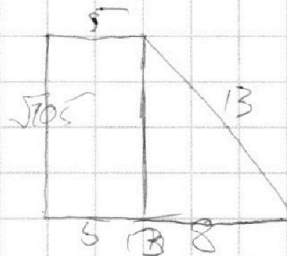
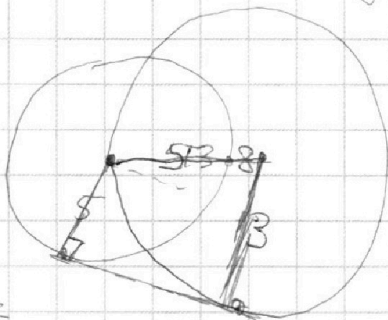
$$\frac{8y \cdot x}{xy} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{8xz}{x} + \frac{15xy}{y} = 15$$

$$\frac{8z}{x} + \frac{15}{y} = 15$$

$$\frac{40z}{5x} + \frac{15}{y} = 15$$

$$\frac{40z}{3x \cdot 4} + \frac{15}{y} = 15$$



$$169 - 64 = 105$$

$$\sqrt{105}$$

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2}$$

$$5x = 3z + y$$

$$\frac{(3z + y)^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{56zy + 40y^2}{3} = \frac{50z^2 + 120zy}{12z + 16y}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \rightarrow \min$$

$$40zy + 3z^2 + zy = 45zy + 15y^2$$

$$3z^2 = 4zy + 15y^2$$

$$\frac{3zy + 40y^2}{3} = 8z^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x - 3z = y$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15}{z} - \frac{8}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15x - 8z}{zx}$$

$$y = \frac{zx}{15x - 8z}$$

$$\frac{zx}{15x - 8z} = 5x - 3z \quad | \quad zx = (15x - 8z)(5x - 3z) =$$

$$= 75x^2 - 85xz + 24z^2$$

$$75x^2 - 86xz + 24z^2 = 0 \quad | \cdot z^2$$

$$75a^2 - 86a + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 24 \cdot 75 = 4$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 160 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 96 \\ 75 \\ \hline 480 \\ 672 \\ \hline 7200 \end{array}$$

$$D = 246 = 15^2$$

$$246 = 74$$

$$14z = 15x$$

$$z = \frac{15x}{14}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{14}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{6}{x}$$

$$x = 6y$$

$$14z = 15x$$

$$36y - y = \frac{2025y}{49} =$$

$$\frac{1715 - 2025y^2}{49} = -\frac{310y^2}{49}$$

$$\frac{9z^2 + 6zy + 6y^2 - y^2 - z^2}{463z} =$$

$$= \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 63z^2}$$

$$5x - y = 3z$$

$$15x - 3y = 9z$$

$$14x - 3y = 9z$$

$$5z = 3y$$

$$7z = 4.5y$$

$$35z = 21y$$

$$35z = 22.5y$$

$$z = \frac{15x}{7}$$

$$6x = 3z$$

$$2x = z$$

$$\frac{15}{6}x = z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{x}$$

$$\frac{1}{y} = -\frac{1}{x}$$

$$y = -x$$

$$\frac{4x}{z} = \frac{15x}{z}$$

$$\frac{5^2 x}{x(5-x)} + 649 = 5-x$$

$$\frac{5}{x+67} + 0.6 = \frac{5}{y+7}$$

$$\frac{5}{x} + 61 = \frac{5}{y}$$

$$\frac{5y}{x} + 49 = \frac{5x}{y}$$

$$\frac{5}{x+67} + 0.6 = \frac{5}{5x+75-7x} = \frac{5(5-x)}{5x+75-7x}$$

$$\frac{5}{x} - \frac{5}{y} = 1$$

$$\frac{5y - 5x}{xy} = 1$$

$$5y - 5x = 5x$$

$$y = \frac{5x}{5-x}$$

$$5xy - 5x = xy$$

$$\frac{5-x}{y-x}$$

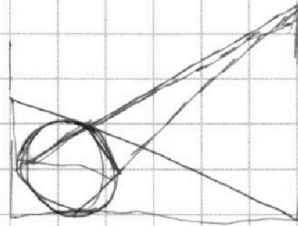
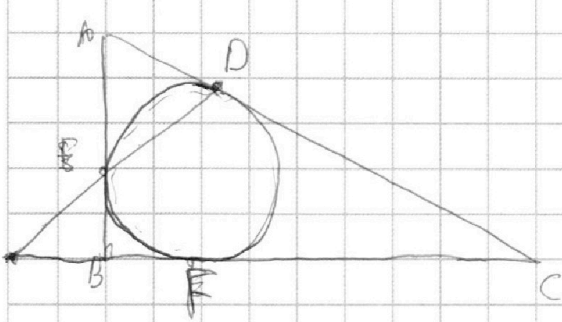
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

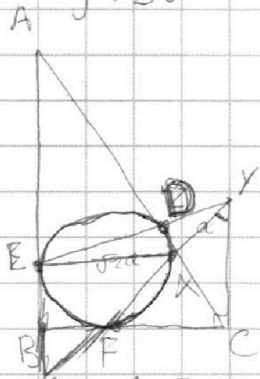


$$\begin{array}{r} 3 \\ 186 \\ 186 \\ \hline 510 \\ 688 \\ \hline 7396 \end{array}$$

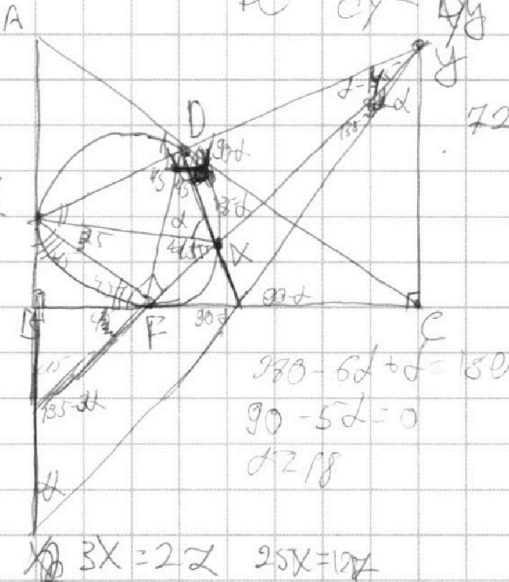
$\triangle ADE \sim \triangle CDY$
 $\frac{AD}{DE} = \frac{AE}{DY} = \frac{DE}{CY}$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 224 \\ \hline 300 \\ DE = \frac{150}{x} \\ \frac{150}{x} \times 1800 \\ \hline 2396 \\ - 2200 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \rightarrow \text{mir}$$



$\frac{ED}{DY}$



$$\begin{aligned} 2r - 6r + r &= 8r \\ 9r - 5r &= 0 \\ r &= 18 \end{aligned}$$

$D = 196$
 86 ± 14
 150

$\frac{x}{z} = \frac{18}{32}$
 $\frac{x}{z} = \frac{9}{16}$

$5x - 3y = y = 36$
 $\frac{1}{y} = \frac{15x - 8z}{xz} = \frac{12}{25}$

$5x - y = 3z$
 $\frac{8}{x} = \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$

$3x = 2z$ $25x = 10z$
 $z = \frac{3x}{2}$

$\frac{xz}{15x - 8z} = y$

$\frac{8}{x} = \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$

$3z^2 = 3(3y)^2 = 97y^2$

$\frac{2}{z} = \frac{1}{y}$

$2y = x$ $4y^2 = x^2$
 $3x = 2z = 6y$

$100y^2 - y^2 - 9y^2$

$\frac{80y^2}{28y^2} = \frac{80}{28} = \frac{20}{7}$

$y^2 + 28y^2$

$\frac{xz}{15x - 8z} = 5x - 3z$

$xz = 75x^2 - 45xy - 40xz + 24y^2$
 $75x^2 - 86xz + 24y^2 = 0$

$\frac{75x^2}{z^2} - \frac{86x}{z} + 24 = 0$

$D = 86^2 - 24 \cdot 75 = 7$

