



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку $a, b, c \in \mathbb{N}$, то ab минимум $= 3^{14+13}$;
 bc минимум $= 3^{19+17}$, ac минимум $= 3^{23+42}$.

Для минимального значения abc мы и будем рассматривать эти минимумы, поскольку при них достигается $\min abc$ (если рассматривать не минимумы, то и abc будут больше).

Имеем:

$$\begin{aligned} ab &= 3^{14+13} & b &= \frac{3^{14+13}}{a} \\ bc &= 3^{19+17} & c &= \frac{3^{23+42}}{a} \\ ac &= 3^{23+42} \\ \frac{3^{14+13} \cdot 3^{23+42}}{a^2} &= 3^{19+17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3^{37+55}}{a^2} &= 3^{19+17} \\ \frac{3^{18+38}}{a^2} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 3^9+19 \text{ (без минуса, т.к. } a \in \mathbb{N}) \\ \text{Тогда } b &= \frac{3^{14+13}}{3^9+19} = \frac{3^5}{76} \\ c &= \frac{3^{23+42}}{3^9+19} = 3^{14+23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} abc &= 3^9+19 \cdot \frac{3^5}{76} \cdot 3^{14+23} = 3^{9+5+14+23} = 3^{51} \\ &= 3^{28+23} \end{aligned}$$

Это минимум, т.к. все граничные значения ab, bc, ac .

Ответ: $3^{28} \cdot 7^{36}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$. Если дроби сократима
на m , то $a+b \div m$ и $(a+b)^2-9ab \div m$

$a+b \div m \Rightarrow (a+b)^2 \div m \Rightarrow 9ab \div m$. Поскольку $\frac{a}{b}$ — несократима,
то a и b — взаимно простые.

Без ограничения общности $a \div m$ (с b взаимно просто). Тогда
 $b \div m \Rightarrow a+b \div m \Rightarrow$ сократить не можем \Rightarrow ни a , ни
 b не могут $\div m$. $9ab \div m$
 $\{a, b \div m \Rightarrow$ макс. $m = 1$.

Ответ: $m = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

Сначала проверим ОДЗ: $3x^2-5x+6 \geq 0$

$$D = -47 < 0, 3 > 0 \Rightarrow \text{подходят любые } x$$

$$3x^2+x+1 \geq 0$$

$$D = 1-4 \cdot 3 = -11 < 0, 3 > 0 \Rightarrow \text{подходят любые } x$$

Далее рассмотрим часть уравнения на

$$\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1}, \text{ но для начала докажем что оно } \neq 0. \text{ Если равно, то } \begin{cases} 3x^2-5x+6=0 \\ 3x^2+x+1=0 \end{cases}$$

но у них нет корней \Rightarrow они не равны 0.

$$3x^2-5x+6 - 3x^2-x-1 = (5-6x) (\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1})$$

$$5-6x = (5-6x) (\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1})$$

Можно сократить на $5-6x$, если $x \neq \frac{5}{6}$.

$$\sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6} - \sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} + \frac{5}{6} + 1} = \sqrt{\frac{349}{36}} - \sqrt{\frac{149}{36}} =$$

$$= 0 = 5-6x \Rightarrow x = \frac{5}{6} - \text{корень}$$

$x \neq \frac{5}{6}$.

$$\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1} = 1$$

$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

$$\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1} = 1$$

$$2\sqrt{3x^2+x+1} = 6x-4$$

$$\sqrt{3x^2+x+1} = 3x-2 \quad (3x-2 \geq 0)$$

$$3x^2+x+1 = 9x^2-12x+4$$

$$6x^2-13x+3=0$$

$$x_1 = \frac{13+\sqrt{49}}{12}, x_2 = \frac{13-\sqrt{49}}{12}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Проверим на $3x - 2 \geq 0$ этот корень.

$$3 \cdot \frac{5 + \sqrt{97}}{12} - 2 = \frac{5 + \sqrt{97}}{4} > 0$$

$$3 \cdot \frac{5 - \sqrt{97}}{12} - 2 = \frac{5 - \sqrt{97}}{4} (\sqrt{97} > \sqrt{25}) < 0 \text{ - не корень}$$

Получается, у уравнения два корня: $x = \frac{5}{6}$

$$\text{и } x = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{5}{6}; x = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \frac{25z^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} &= \frac{(5z-y)(5z+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{3z(5z+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} \\ &= \frac{3z(3z+y+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 2(5z-y)y}{y^2 + 3z^2} \\ &= \frac{8z^2 + 10z - 2y^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{6z^2 + 2y^2 + 10z - 4y^2}{y^2 + 3z^2} \\ &= 2 + \frac{10z - 4y^2}{y^2 + 3z^2} = 2 + \frac{6z + 2y - 4y^2}{y^2 + 3z^2} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

x км/ч — скорость велосипедиста, y км/ч — скорость мотоциклиста, S км — расстояние между А и В
т.к. мотоциклист приезжает раньше, то $y > x$

$$\begin{cases} \frac{S}{y} - \frac{S}{x} = -1 \Rightarrow \frac{Sx - Sy}{xy} = -1 & (1) \\ \frac{Sx}{y} - \frac{Sy}{x} = -49 \Rightarrow \frac{Sx^2 - Sy^2}{xy} = -49 & (2) \\ \frac{S}{y+7} - \frac{S}{x+7} = -0,6 \end{cases}$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{Sx^2 - Sy^2}{Sx - Sy} = \frac{S(x-y)(x+y)}{S(x-y)} = x+y = 49$$

$y = 49 - x$

$$\begin{cases} \frac{S}{y} - \frac{S}{49-y} = -1 \Rightarrow S\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{49-y}\right) = -1 & (3) \\ \frac{Sx}{y} - \frac{Sy}{49-y} = -49 \Rightarrow S\left(\frac{49-y}{y} - \frac{y}{49-y}\right) = -49 \\ \frac{S}{y+7} - \frac{S}{56-y} = -0,6 \Rightarrow S\left(\frac{1}{y+7} - \frac{1}{56-y}\right) = -0,6 & (4) \end{cases}$$

$$\frac{(4)}{(3)} = \frac{\frac{1}{y+7} - \frac{1}{56-y}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{49-y}} = 0,6$$

$$\frac{49-2y}{49y-y^2+392} = 0,6$$

$$\frac{49-2y}{49y-y^2} = 0,6$$

$$\frac{49y-y^2}{49y-y^2+392} = 0,6$$

$$29,4y - 0,6y^2 + 235,2 = 49y - y^2 \quad | -10$$

$$294y - 6y^2 + 2352 = 490y - 10y^2$$

$$4y^2 - 196y + 2352 = 0$$

$$y^2 - 49y + 588 = 0$$

$$D = \frac{2401 - 2352}{49+49} = 49 = 7^2$$

$$y_1 = \frac{49+7}{2} = 28 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \Rightarrow x = 21 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$y_2 = \frac{49-7}{2} = 21 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \Rightarrow x = 28 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$\frac{S}{28} - \frac{S}{21} = -1$$

$$\frac{-S}{84} = -1$$

$$S = 84 \text{ км}$$

Ответ: 84 км

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

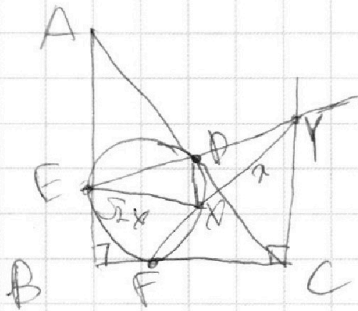
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{(5x-y)(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{3z(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} =$$

$$= \frac{15xz + 3yz - z^2}{25x^2 - 6yz + 3z^2}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$$



AD:DC = ?

$$8/y + 1/z = 15/z$$

$$\frac{8y + z}{8yz} = \frac{15}{z}$$

$$8zy + z^2 = 15zy$$

~~8zy + z^2 = 15zy~~

$$\frac{8}{z} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$(5x-y)(5x+y) - z^2 = 3z(5x+y) - z^2$$

$$3z(5x-y)$$

$$\frac{(5x-y)(5x+y) - z^2}{3z(5x+y) - z^2} = \frac{15xz + 3yz - z^2}{y^2 + 3z^2} =$$

$$\frac{15xz + 3yz - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{15xz + 3(5x-3z)z - z^2}{y^2 + 3z^2} =$$

$$\frac{8z^2 + 6zy + y^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{7z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{7z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{15xz + 15xz + 9z^2 - z^2}{25x^2 - 30xz + 9z^2} = \frac{30xz + 8z^2}{25x^2 - 30xz + 9z^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a, b - взаимно простые

$$a+b = m$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = m$$

$$(a+b) = m$$

$$(a+b)^2 - 4ab = m$$

$$y = 5x + 3z$$

$$= \frac{15x}{2} - \frac{8z}{2}$$

$$2z = \frac{15x - 8z}{2}$$

$$m = (a+b)^2 \quad m =$$

$$\Rightarrow 18 \text{ и } 18 \text{ и } 18 \text{ и } m$$

ab - взаимно простые

$$m \neq m \Rightarrow m = 18$$



8 9

$$\frac{25x^2 - 25x^2 - 30xz - 9z^2 - z}{25x^2 + 30xz + 9z^2 + 3z^2}$$

$$= \frac{-30xz - 10z^2}{25x^2 + 30xz + 12z^2}$$

$$x = \frac{3z + y}{5}$$

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

? камен.

$$\frac{40x + \frac{5x}{y} + \frac{8}{x} - \frac{1}{y} = \frac{15}{z}}{40x + \frac{5x}{y} + \frac{8}{x} - \frac{1}{y} = \frac{15}{z}} = \frac{(5x-y)(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{3z(3z+2y) - z^2}{y^2 + 3z^2} =$$

$$\frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2}$$

$$25x^2 - 10xy + y^2 = 9z^2$$

$$\frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} = \frac{8}{z} = \frac{15}{z} - \frac{8}{z} = \frac{15z - 8z}{z^2}$$

$$y = 5x - 3z$$

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{(5x-y)(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{5x-y)^2 - 2y^2 + 10xy - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{9z^2 + 10xy - 2y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} =$$

$$= \frac{8z^2 + 10xy - 2y^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 10xy - 2y^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 10xy - 2y^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 10xy - 2y^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{10xy - 4y^2}{y^2 + 3z^2} = 2 + \frac{10xy - 4y^2}{y^2 + 3z^2} =$$

$$5x = 3z + y$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x_{max} = 0,6$, $y_{max} = 0,6$

$\frac{S}{y} + 1 = \frac{S}{x}$

$2 \cdot \frac{S}{y} = y \cdot \frac{S}{x} - 49$

$\frac{S}{y+7} + 0,6 = \frac{S}{x+7}$

$S \left(\frac{1}{y+7} - \frac{1}{x+7} \right) = 0,6$

$S \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x-y} \right)$

$56y - y - 7$

$\frac{(y+7)(56-y)}{y(49-y)} = 0,6$

$49 - y = y$

$y(49-y)$

$49 - 2y$

$\frac{56y - y^2 + 392 - 7y}{49 - 2y} = 0,6$

$49y - y^2$

$\frac{S}{y} - \frac{S}{49-y} = 1$

$\frac{S(49-y) - S y}{y(49-y)} = -49$

$\frac{S}{y+7} - \frac{S}{56-y} = -0,6$

$\frac{49y - y^2}{49y - y^2 + 392} = 0,6$

$28,4y - 0,6y^2 + 235,2 =$

$= 49y - y^2$

$294y - 0,6y^2 - 235,2 =$

$= 490y - 10y^2$

$4y^2 - 186y + 235,2 = 0$

$y^2 - 46,5y + 58,8 = 0$

$D = 2108 - 2352 =$

756

$y = 21,25 \pm 27 =$

$\frac{S}{y} - \frac{S}{x} = -1$

$\frac{S}{y} - \frac{S}{x} = -49$

$\frac{S}{y+7} - \frac{S}{x+7} = -0,6$

$S \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) = -49$

$\frac{Sx - Sy}{xy} = -1$

$\frac{Sx^2 - Sy^2}{xy} = -49$

$\frac{Sx^2 - Sy^2}{Sx - Sy} = 49$

$S(x+y)(x-y) = 49$

$S(x-y) = 49$

$x+y = 49$

$x = 49 - y$

$S \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) = 1$

$\frac{56y}{2}$

$\frac{392}{6}$

$235,2$

$\frac{2352}{20}$

$\frac{35}{32}$

$\frac{32}{32}$

$\frac{0}{0}$

$S \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x-y} \right) = -1$

$S \left(\frac{49-y}{y} - \frac{1}{49-y} \right) = -49$

$S \left(\frac{1}{y+7} - \frac{1}{56-y} \right) = -0,6$

$\frac{49-y}{y} \cdot \frac{49-y}{49-y} = 49$

$\frac{148-y}{y} - \frac{1}{49-y} = 49$

$\frac{2408 - 98y + y^2 - y^2}{y(49-y)} = 49$

$\frac{49-y-y}{y(49-y)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

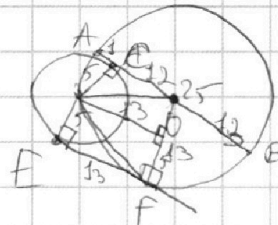
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

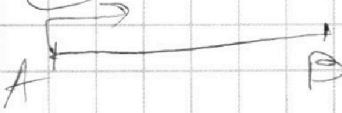


$ab: 3^{14} \cdot 3$
 $bc: 3^{19} \cdot 3^4 \cdot 3^7 \cdot 3^4 \cdot \min abc - ?$
 $ac: 3^{23} \cdot 3^7 \cdot 3^9 \cdot 3^8 \cdot 3^6$



$a = 3^5 \cdot 7^4$
 $b = 3^4 \cdot 7^{25}$
 $c = 3^9 \cdot 7^{29}$

$\frac{1}{x} = 2$
 $\frac{1}{x} = -49$
 $\frac{1}{x} = -0,6$
 $\frac{1}{x} = -1$
 $\frac{1}{x} = -49$
 $\frac{1}{x} = -0,6$



$x_{route} = 0,6$
 $y_{route} = 2,1$

$a^2 b^2 c^2 = 3^{19} \cdot 7^{17}$
 $abc = 3^{12} \cdot 7^{13}$
 $b = \frac{3^{23} \cdot 7^{42}}{a}$
 $c = \frac{3^{23} \cdot 7^{42}}{a}$

$y - x = -1$
 $y = x - 1$
 $\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+4} = -0,6$

$\frac{1}{y} + 1 = \frac{1}{x}$
 $x \cdot \frac{1}{y} = y \cdot \frac{1}{x} - 49$
 $\frac{1}{y+9} + 0,6 = \frac{1}{x+7}$

$\frac{3^{37} \cdot 7^{55}}{a^2} = 3^{19} \cdot 7^{17}$
 $\frac{3^{18} \cdot 7^{38}}{a^2} = 1$
 $a = 3^9 \cdot 7^{19} \Rightarrow b = \frac{3^{23} \cdot 7^{42}}{3^9 \cdot 7^{19}} = 3^{14} \cdot 7^{23}$
 $c = \frac{3^{23} \cdot 7^{42}}{3^9 \cdot 7^{19}} = 3^{14} \cdot 7^{23}$
 $abc = 3^9 \cdot 7^{19} \cdot 3^{14} \cdot 7^{23} \cdot 3^{14} \cdot 7^{23}$
 $= 3^{9+14+14} \cdot 7^{19+23+23} = 3^{28} \cdot 7^{36}$



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

Начала проверим ОДЗ: $3x^2 - 5x + 6 \geq 0$ у параболы ветви вверх
 $D = 25 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = -47 < 0 \Rightarrow$ \Rightarrow подходит

$3x^2 + x + 1 \geq 0$ у параболы ветви вверх (а>0) \Rightarrow подходит
 $D = 1 - 4 \cdot 3 = -11 < 0 \Rightarrow$ подходит

ОДЗ: $x \in (-\infty; +\infty)$

Далее обе части уравнения на $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1}$,
но для начала докажем, что оно $\neq 0$. Если равно,
то $\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = 0 \\ 3x^2 + x + 1 = 0 \end{cases}$ но мы уже доказали, что у
этих парабол ветви вверх и $D < 0 \Rightarrow$ они не равны, т.к. нет
нулей.

$$3x^2 - 5x + 6 - 3x^2 - x - 1 = (5 - 6x)(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1})$$

$$5 - 6x = (5 - 6x)(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1})$$

Можно сократить на $5 - 6x$, но для начала проверим
сводится ли корнем $x = \frac{5}{6}$ (т.е. может ли быть $5 - 6x = 0$).

$$\begin{aligned} \sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6} - \sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} + \frac{5}{6} + 1} &= \sqrt{\frac{75}{36} - \frac{25 \cdot 216}{6 + 36}} - \\ &= \sqrt{\frac{75}{36} + \frac{80}{36} - \frac{36}{36}} = \sqrt{\frac{75}{36} - \frac{150 \cdot 216}{36 + 36}} - \sqrt{\frac{75}{36} + \frac{30 \cdot 216}{36 + 36}} = \\ &= \sqrt{\frac{141}{36}} - \sqrt{\frac{141}{36}} = 0 = 5 - 6x \text{ при } x = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Т.е. $x = \frac{5}{6}$ является корнем уравнения.

При $x \neq \frac{5}{6}$:

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1$$

Тогда составим систему:

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3x^2 + x + 1} &= 6x - 4 \\ \sqrt{3x^2 + x + 1} &= 3x - 2 \quad (3x - 2 \geq 0) \end{aligned}$$

$$3x^2 + x + 1 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0 \quad D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 97$$

$$x_1 = \frac{13 + \sqrt{97}}{12} \quad x_2 = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Нужно проверить эти корни на $x \geq 2$

$$3. \frac{13 + \sqrt{97}}{124} - 2 = \frac{13 + \sqrt{97} - 8}{4} = \frac{5 + \sqrt{97}}{4} > 0 \quad \checkmark$$

$$3. \frac{13 - \sqrt{97}}{124} - 2 = \frac{13 - \sqrt{97} - 8}{4} = \frac{5 - \sqrt{97}}{4} \quad (\sqrt{97} > 5) \Rightarrow \frac{5 - \sqrt{97}}{4} < 0$$

Получается, у уравнения два корня: $x = \frac{5}{6}$ и $x =$
 $= \frac{5 + \sqrt{97}}{4}$

Ответ: $x = \frac{5}{6}$; $x = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}$