



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

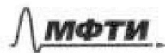
6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-16; 80)$ ,  $Q(2; 80)$  и  $R(18; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

Заметим, что  $m, k, n$  - натуральные,  
 поэтому они не могут содержать в своей разности  
 простые множители в отриц. степени

$$ab = n \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = k \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}, \quad n, k, m \in \mathbb{N}$$

$$abc^2 = mnk \cdot 2^{39} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$$

$$abc = \sqrt{mnk} \cdot 2^{17} \cdot 3^{27,5} \cdot 5^{34}$$

Заметим, что  $m, k, n$

$$abc \in \mathbb{N}, \text{ тогда}$$

$$abc: 3^{27,5} \Rightarrow abc: 3^{28}$$

$$m, k, n: ac: 5^{39}, \text{ то ал. факт.}$$

$$\Downarrow$$

$$abc: 5^{39}$$

$$\Downarrow$$

$$abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$\text{Пример на } abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} ; 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \quad | \quad a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{22}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} ; 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \quad | \quad b = 2^3 \cdot 3^6$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} ; 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \quad | \quad c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$$

$$\text{Ответ } \min(abc) = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = 5\pi - 10x$ 
ОДЗ:  $\arcsin y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$   
 $\downarrow$   $10 \arcsin$   
 $\pi - 2x \in [-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$

при  $x \in [0; \pi]$ .  $10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$   
 $\downarrow$   
 $10x - 5\pi = \pi - 2x$   
 $12x = 6\pi$   
 $x = \frac{\pi}{2}$

$10 \arcsin(\cos x) = 5\pi - 10x = \pi - 2x$

$4\pi = 8x$

$x = \frac{\pi}{2}$

о.з. у.

при  $x \in [\pi; 2\pi]$ :

$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{3\pi}{2} - x))$

~~$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{3\pi}{2} - x))$~~

$15\pi - 10x = \pi - 2x$      $14\pi = 8x$      $12x = 14\pi$   
 $14\pi = 8x$      $x = \frac{7\pi}{4}$      $x = \frac{7\pi}{6}$

$x = \frac{7\pi}{4}$  (о.з. у.)

$10 \arcsin(\cos \frac{7\pi}{4}) = 2,5\pi$

$2,5\pi = \pi - \frac{7\pi}{2}$   
о.з. у.

$10 \arcsin(\cos x) = 10$

$= 10 \arcsin(\sin(x - \frac{3\pi}{2}))$

$10x - 15\pi = \pi - 2x$

$12x = 16\pi$

$x = \frac{4\pi}{3}$

$10 \arcsin(\cos(\frac{4\pi}{3})) = -\frac{10\pi}{6} = -\frac{5\pi}{3}$

$-\frac{11}{2} = \frac{-5\pi}{3} = \pi - \frac{8\pi}{3}$   
о.з. у.

при  $x \in [2\pi; 3\pi]$ :

$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{5\pi}{2} - x))$

$25\pi - 10x = \pi - 2x$      $24\pi = 8x$      $x = 3\pi$

$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 6\pi$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x - \frac{5\pi}{2}))$$

$$10 \cdot (\frac{3\pi}{2}) = -5\pi - 4\pi.$$

$$10x - 25\pi = \pi - 2x.$$

$$12x = 26\pi.$$

$$x = \frac{13}{6}\pi$$

$\approx 2\pi + \frac{\pi}{6}$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \frac{\pi}{3} > 0.$$

$$\pi - 2x = \pi - 13\frac{\pi}{3} < 0.$$

$x > 3\pi$  — не из ОДЗ.

$$x \in [-\pi; 0]:$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x + \frac{\pi}{2})).$$

$$10x + 5\pi = \pi - 2x.$$

$$12x = -4\pi.$$

$$x = -\frac{\pi}{3} : 10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \quad \text{— уга.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(-x - \frac{\pi}{2})).$$

$$-10x - 5\pi = \pi - 2x.$$

$$8x = -6\pi.$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = -\frac{\pi}{4} \cdot 10 = -\frac{5\pi}{2}.$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{3\pi}{2} > 0 \quad \text{— уга.$$

$$x \in [-2\pi; -\pi]:$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x + \frac{3\pi}{2})).$$

$$10x + 15\pi = \pi - 2x. \quad 12x = -14\pi.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -\frac{7\pi}{6} : \text{не подходит}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{10\pi}{3} \cos$$

$$\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{7\pi}{3} \neq 0$$

или

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(-x - \frac{3\pi}{2}))$$

$$-10x - 15\pi = \pi - 2x$$

$$8x = -16\pi$$

$$x = -2\pi$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 5\pi$$

или

$$\pi - 2x = 5\pi - 4\pi$$

$$x = -2\pi \text{ - не подходит}$$

Ответ:  $\{-2\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице.

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 & (2) \end{cases}$$

прямая

$$(1): y = \frac{ax + 4b}{3}$$

(2):

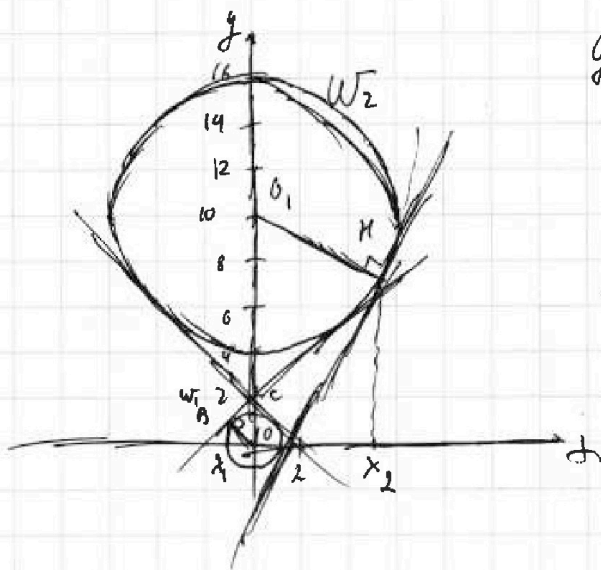
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 & \text{— окр. с центром } (0, 0); \text{ радиус } 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 & \text{— окр. с центром } (0, 10); \text{ радиусом } 6. \end{cases}$$

У решения будет  $\Leftrightarrow$  прямая.

$$ax - 3y + 4b = 0 \text{ — л.в.}$$

угол наклона  $>$  чем  
единица

секущей  
для обеих окр.



для внешней касат.  $z$  б: <sup>т.к.  $\angle$  между  $x$  и  $z$</sup>   
дугам секунт.  
дугам радиан. только внутри

$$y_{кас} = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$x_0$  — т. касания

$\triangle OCB \sim \triangle O_1CK$

по двум угл.  $\angle O_1CK = \angle OCB$

$\angle O_1KC = \angle OBC = 90^\circ$

для  $W_1$ :  $x < 0; y > 0$ .

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 \\ y &= \sqrt{1 - x^2} \end{aligned}$$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

для  $W_2$ :

$$\begin{aligned} x > 0; \\ y < 10. \\ 10 - y &= \sqrt{36 - x^2} \end{aligned}$$

$$y = 10 - \sqrt{36 - x^2}$$

$$y' = 10 + \frac{x}{\sqrt{36 - x^2}}$$

$$x_2 = -6x_1 \text{ т.к.}$$

в ромб  $\frac{O_1K}{OB} = 6$   
нацпн.

$$\left( \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \right)' = \frac{-2x}{2\sqrt{1 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

для  $w_1$ : 
$$y_{кас1} = \sqrt{1-x_1^2} + \left(-\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1^2}}\right) (x-x_1) = \frac{1-x_1^2}{\sqrt{1-x_1^2}} + \frac{x_1^2}{\sqrt{1-x_1^2}} - \frac{x_1-x}{\sqrt{1-x_1^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-x_1^2}} - \frac{x_1-x}{\sqrt{1-x_1^2}}$$

для  $w_2$ : 
$$y_{кас1} = -\sqrt{36-x_2^2} + 10 + \left(1 + \frac{x_2}{\sqrt{36-x_2^2}}\right) (x-x_2) =$$

*минус*

$$= \frac{-36+x_2^2}{\sqrt{36-x_2^2}} + 10 + x \left(\frac{1}{\sqrt{36-x_2^2}} + \frac{x_2}{\sqrt{36-x_2^2}}\right) - \frac{x_2^2}{\sqrt{36-x_2^2}} =$$

$$= -\frac{36}{\sqrt{36-x_2^2}} + 10 + \frac{x \cdot x_2}{\sqrt{36-x_2^2}}$$

$$\frac{0,1c}{c0} = \frac{6}{1}$$

$$0,1c = 6c0 \Rightarrow c = 60$$

Имеем, что в силу симметрии отн.  $x=0$  *нат. сим. ось*

*2 выгнор нас симметрии*

$$0,1c = 6c0$$

$$7c0 = 10$$

$$c0 = \frac{10}{7}$$

$x=0$ .  $y_{кас1} = \frac{10}{7}$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x_1^2}} = \frac{10}{7}$$

$$0,49 = 1-x_1^2$$

$x_1^2 = 0,51$  - та в 2 стороны

$$x_1 = \pm \sqrt{0,51}$$

$$k = \pm \frac{\sqrt{0,51}}{0,7}$$

*при  $k \in (-0,7; 0,7)$*



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ищем, что при  $k \in (-\infty; -\frac{\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$ .

З вводимый член, образуящий  
функцию.

$$\frac{4}{3} \sqrt{1-k}, \quad k = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3k$$

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$$

Отметим  $b$   $\exists$  при  $a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3.$$

$$\sqrt[3]{x^3} = x \text{ — можно брать}$$

Разогранич

$$\log_5^4(2x) + 3 = \log_{2x} 5 \cdot \sqrt[3]{5} \cdot 5^3$$

$$\text{O.D.}, x, y > 0.$$
$$x \neq \frac{1}{2}; y \neq 1.$$

$$\log_5^4(2x) - \log_{2x} 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3. \quad (1)$$

$$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_y 5^{0,2} - 3$$

$$\log_{y^{30,2}} = -\log_y \sqrt[3]{5}$$

$$\log_5^4 y + \log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3.$$

$$\left(-\log_5 \frac{1}{y}\right)^4 + \log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3.$$

$$\log_5^4 \frac{1}{y} - \log_{\frac{1}{y}} 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3. \quad (2)$$

заметьте, что если найдётся  $2x$

и  $y$ , то  $\frac{1}{y} = 2x$  — тогда все  $y$   $m \neq x \neq 0$

и все корни

$$\frac{1}{y} = 2x.$$

$$xy = \frac{1}{2} \text{ — ед. знак}$$

Ответ:  $xy = \frac{1}{2}$ .

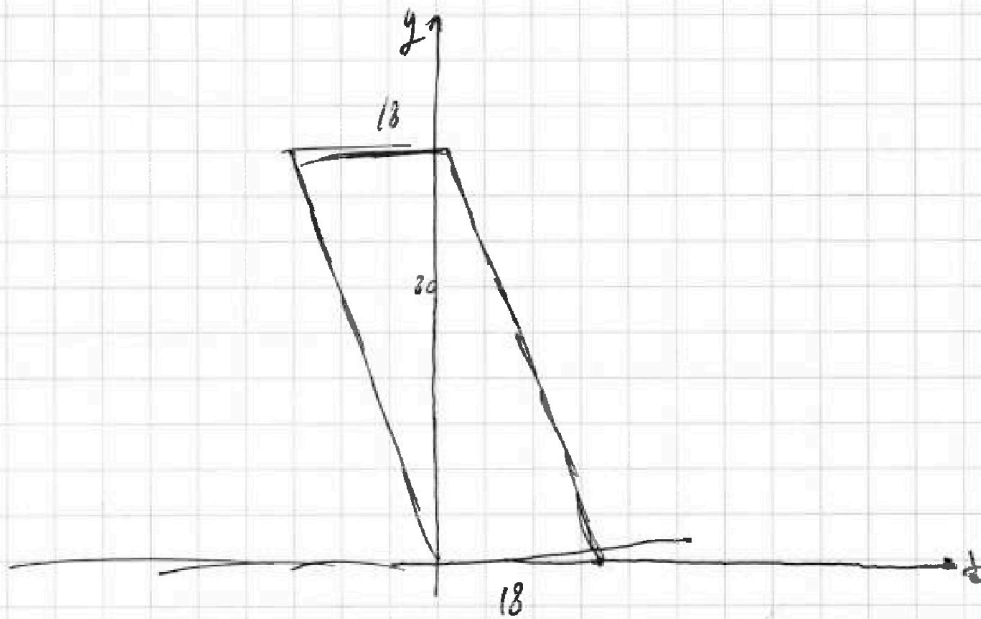
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45.$$

$$y_2 - y_1 = \frac{45}{15} - 5 \frac{(x_2 - x_1)}{15}$$

$$y_2 - y_1 \in [5; 15].$$

$$(y_2 - y_1) \in [5; 15]$$

$$(9 - x_2 + x_1) \in [5; 15]$$

$$(x_1 - x_2) \in [25; 75]$$

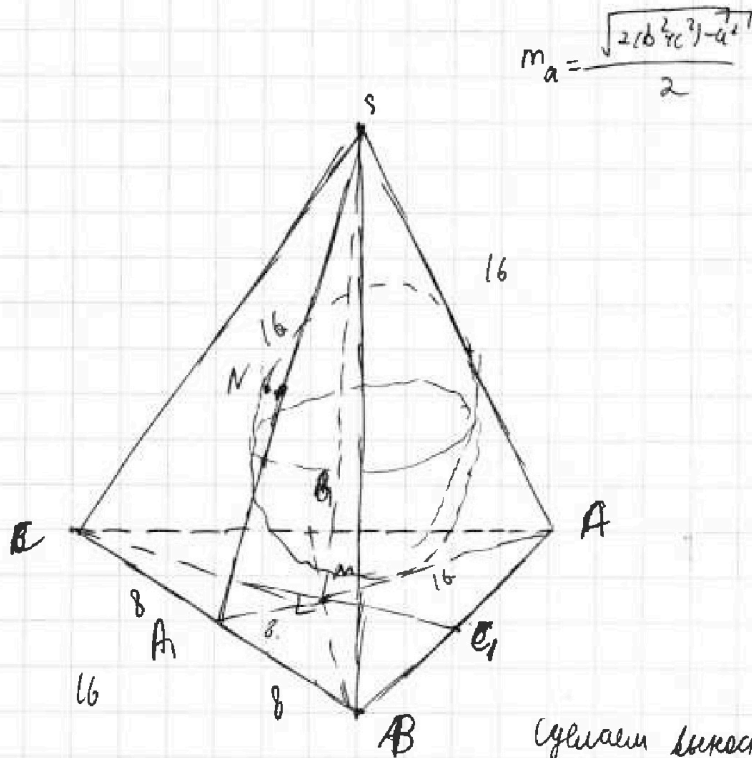
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

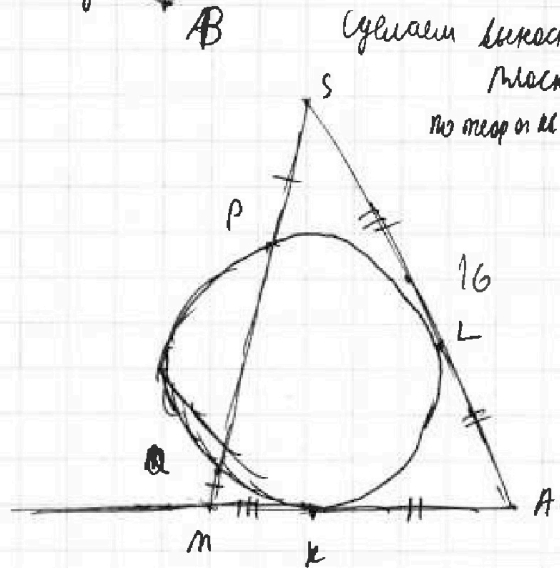
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$r = \frac{\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}}{2}$$



Сделаем касательную

плоскости (SAB).

по теореме о кас.

$$MK^2 = MK \cdot MP$$

$$AL = KA \text{ - отпр кас.}$$

$$SL^2 = SP \cdot SQ$$

$$SQ = SP + PQ =$$

$$= MQ + PQ = MP$$

↓

$$SL = MK$$

∥

$$AM = 16$$

mk m-центр масс, m.

$$AA_1 = \frac{3}{2} AM = 24$$

$$\triangle CMK \text{ } MA_1 = \frac{CB}{2} \Rightarrow$$

MA<sub>1</sub> - медиана

$$\angle CMK = 90^\circ$$

$$S_{CMB} = \frac{CM \cdot MB}{2} \quad S_{CMB} = \frac{S_{ABC}}{3} \text{ , т.к. } CM, BM \text{ - медианы.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$SM \cdot MB = \frac{2}{3} CC_1 \cdot \frac{2}{3} BB_1 = \frac{4}{9} CC_1 \cdot BB_1$$

$$S_{SMO} = \frac{100}{3} = \frac{SM \cdot MB}{2} \Rightarrow SM \cdot MB = \frac{200}{3}$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = \frac{9}{4} SM \cdot MB$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = \frac{50 \cdot 3}{1} = 150$$

$$\frac{50 \cdot 3}{2} = \frac{150}{2} \rightarrow 150$$

$$AA_1 = 24$$

$$AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 = 150 \cdot 24 = 600 \cdot 6 = 3600$$

Заметим, что если  $\Omega$  касается  $BCS$ , то  $\Omega$  вписана.

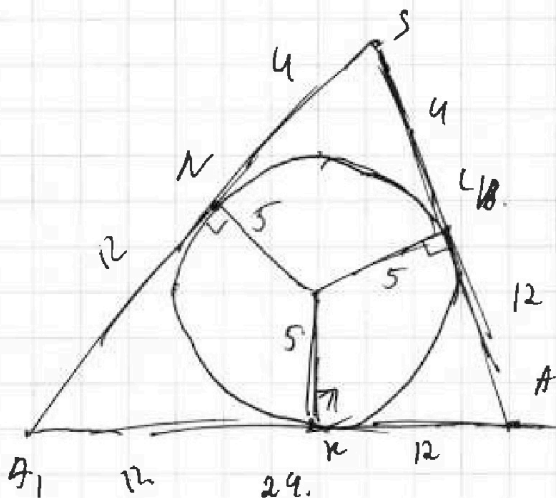
$\Omega$  вписана в  $AS + (BCS)$ ,

то вписана в  $AS + (ABC)$

вписана в двугр. угол  $A(BC)S$ .

то тангенсы  $SL$  и  $SN$  равны

см. вычислительный чертеж



Проложим одну прямую,

$SN$  проложим  $KL$  т. А.

они касаются полукруга

$$SA_N = SL = SN;$$

$$AL = AK; AN = BL$$

$$SN = 4 = SL \Rightarrow AL = 16 - 4 = 12 =$$

$$AK$$

$$AK = 24 - 12 = 12 = AN$$

$$SA_1 = 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Sk

м.к.  $SA_1 = SA$ , то  $\angle$  из м.с на

$AA_1$  перпенд. к м.к. ( $A_1K \perp AK$ )

и

$SK \perp AA_1$

м.к.  $\perp$  вписана в  $\angle SA_1A$

Плоск. (с о.в.) делит двугр. угол пополам

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{OK}{A_1K} = \frac{5}{12}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{5}{12}}{1 - \left(\frac{5}{12}\right)^2} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{7}{12} \cdot \frac{17}{12}} = \frac{24 \cdot 5}{7 \cdot 17} = \frac{120}{119}$$

Объем  $AA_1BB_1CC_1 = 3600$ ;  $\angle A(BC)S = \arctg \frac{120}{119}$

$$\frac{7 \cdot 17}{119}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin(\sin(\frac{3\pi}{2}-x)) = \frac{3\pi}{2}-x$$

$$x > \pi$$

$$x \in (\pi, 2\pi)$$

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos x = 0$$

$$\sin x =$$

$$\arcsin 0 = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{2}-x) = \sin(\frac{\pi}{2})$$

$$\frac{\pi}{2}-x$$

$$\frac{3\pi}{2}-x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \sin(\frac{\pi}{2}-x)$$

$$\pi - (\frac{\pi}{2}-x) = \frac{\pi}{2} + x$$

$$2, 5\pi =$$

$$\cos \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{3\pi}{2}-x$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$10 \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{7\pi}{2} =$$

$$=$$

$$-\frac{1}{2} \cos \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$abc: 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{39}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ 10 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$14+20+21=55$$

$$\begin{array}{r} a \quad b \quad c \\ 5 \quad 3 \quad 9 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$12+17+39=68$$

$$\begin{cases} a+b=14 \\ b+c=20 \\ a+c=22 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ +10+11 \\ \hline =28 \\ c=14 \\ a=8 \\ b=6 \end{array}$$

abc

$$a=2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{22}$$

$$b=2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^4$$

$$c=2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$$

$$\begin{array}{l} a=8 \\ c=5 \\ b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ 139 \\ \hline 68 \end{array}$$





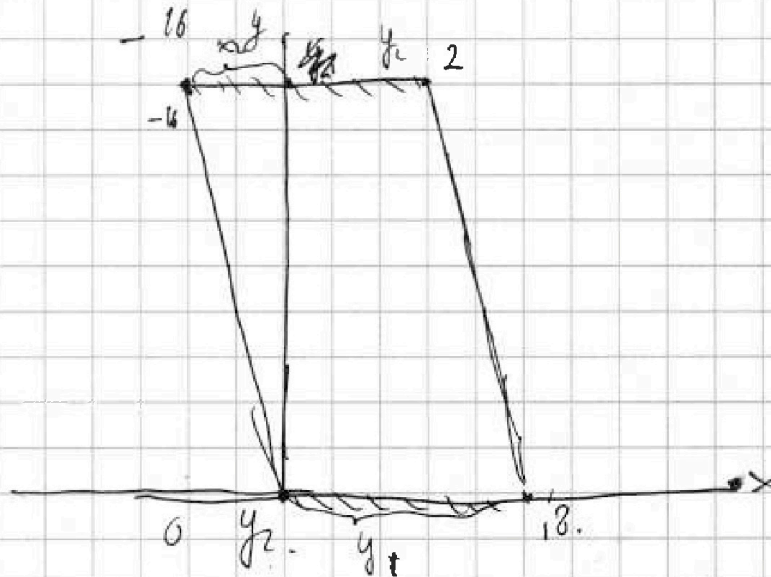
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5(x_2 - x_1) + y_1 - y_2 = 45.$$

$$(8; -18) \quad (-80; 80)$$

$$(-90; 90)$$

$$(90; -80) - 45$$

$$(-34.5; 34.5 - 45)$$

$$(y_1 - y_2) \cdot (-80; 80)$$

$$(y_1 - y_2) \cdot (-80; 80)$$

$$-80$$

$$-75$$

$$y_1 - y_2 = -80 \quad 45 - 80 = -35$$

$$45 - 75 = -30$$

$$5(x_2 - x_1) = -85$$

$$x_2 - x_1 = 6$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$x_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  ~~cos x~~

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10} = \frac{8x}{10}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos(\sin(x - \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

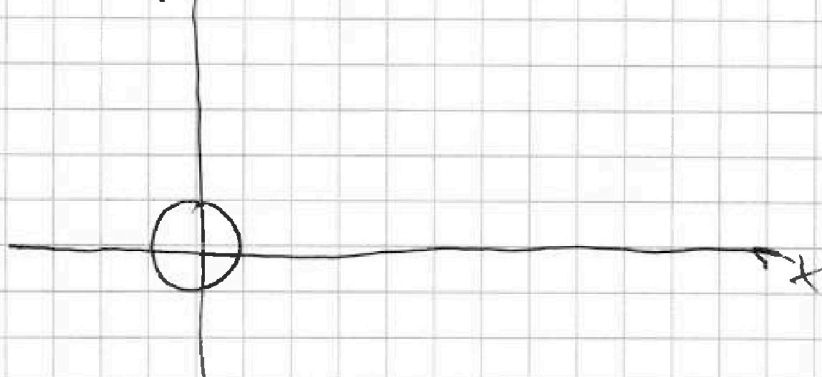
$$x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi - 2x}{10}$$

~~$$\frac{12x}{10} = \frac{\pi}{10}$$~~

нч

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 4) \cdot (x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{4b}{3} + \frac{ax}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_{кас} = \frac{-x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} + \frac{x_0^2 + 1 - x_0^2}{\sqrt{1-x_0^2}} =$$

$$= x \left( -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} \right) + \frac{1}{\sqrt{1-x_0^2}}$$

$$y = \sqrt{36-x^2} + 10$$

$$y_{кас} = x \left( -\frac{x_0}{\sqrt{36-x_0^2}} \right) + \frac{36}{\sqrt{36-x_0^2}} + 10$$

$$x=0:$$

$$\frac{36}{\sqrt{36-x_0^2}} + 10 = \frac{1}{\sqrt{1-x_0^2}}$$

$$36\sqrt{1-x_0^2} + 10\sqrt{36-36x_0^2 - x_0^2 + x_0^4} = 1$$

$$-\sqrt{36-x_0^2} = 0$$

$$x_1 = 6x_0$$

$$36\sqrt{1-x_0^2} + 10\sqrt{36}$$

$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

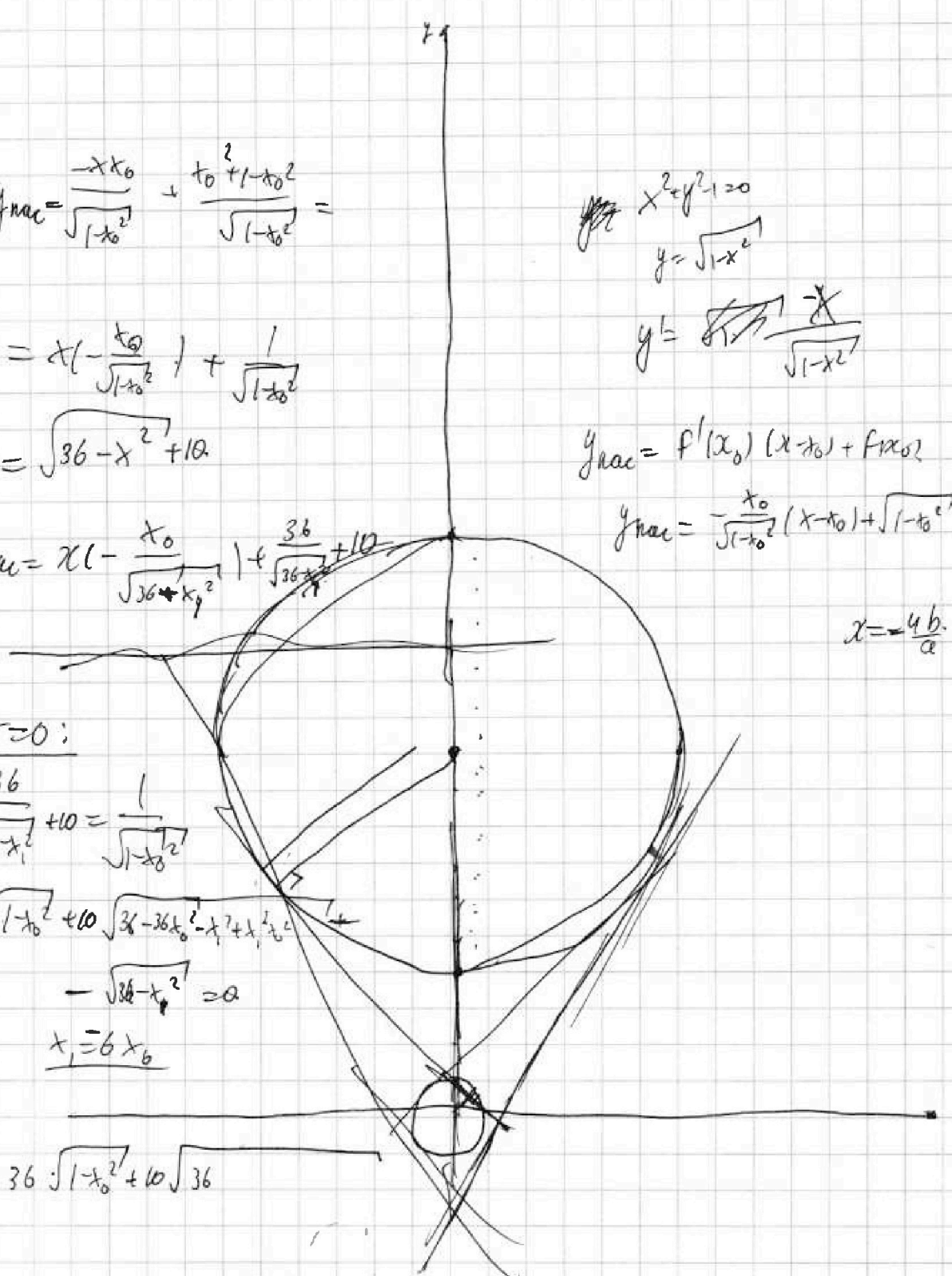
$$y = \sqrt{1-x^2}$$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y_{кас} = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$$

$$y_{кас} = -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}}(x-x_0) + \sqrt{1-x_0^2}$$

$$x = -\frac{4b}{a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45.$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45.$$

$$\frac{\sqrt{3a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_{2x} 5} = \log_{2x} 5^3 - 3$$

$$\log_5^4(2x) + 3 = \log_{2x} 5^3 \cdot 5^3$$

лог

$$\log_5^4 y + \log_y 5^4 = \log_y 5^3 - 3$$

$$\log_5^4 y + 3 = -\log_y 5^4 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{0} \quad \sqrt{0} \quad 0 < y < 1$$

$$\boxed{2x = \frac{1}{y}} \quad \underline{xy = \frac{1}{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

