



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BSC в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример. Пусть ~~$a=2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$~~ , ~~$b=2^2 \cdot 3^4$~~ , ~~$c=2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{17}$~~

~~$a=2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$~~ , ~~$b=2^2 \cdot 3^4$~~ , ~~$c=2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{17}$~~

$$ab = 2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{22} : (2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{22}) - \text{уц.}$$

$$bc = 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23} : (2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23}) - \text{уц.}$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{26} \cdot 5^{28} : (2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{23}) - \text{уц.}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Оценка. Из условия имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} ab: 2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{22} \\ bc: 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23} \\ ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{array} \right. \Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac: 2^{6+24+16} \cdot 3^{23+21+25} \cdot 5^{22+23+28} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ab: 2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{22} \\ bc: 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23} \\ ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{array} \right. \Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac: 2^{6+24+16} \cdot 3^{23+21+25} \cdot 5^{22+23+28} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ab: 2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{22} \\ bc: 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23} \\ ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{array} \right. \Rightarrow (abc)^2: 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

1) Если 2 входит в разложение abc на простые множители в степени не более 17, то она входит в $(abc)^2$ в степени не более 34 $\Rightarrow (abc)^2 / 2^{36}$ — противоречие. Значит, $abc: 2^{28}$

2) Если 3 в степени не более 29 в разл. числа abc , то в разложении $(abc)^2$ — в степени не более 58 — противоречие. Значит, $abc: 3^{30}$

$$3) ac: 5^{28} \Rightarrow abc: 5^{28}$$

П.к. 2, 3 и 5 взаимно просты, значит,



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{что } abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$
$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

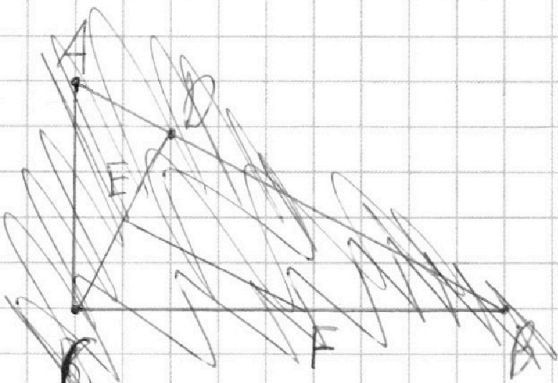
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

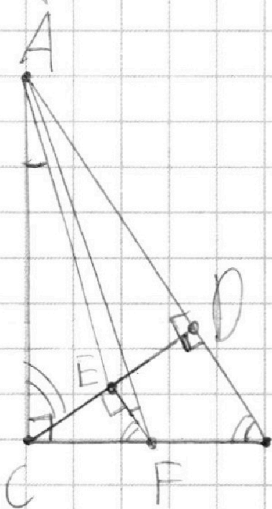
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



CD - высота, провед. к гипотенузе $\Rightarrow AB$ - диаметр окружности, $\angle C = 90^\circ$.



$\angle AED$ - внешний угол $\triangle AEC \Rightarrow$

$$\angle AED = \angle EAC + \angle ECA \quad (1)$$

AC - касательная к окружности \Rightarrow

$\triangle AEF \Rightarrow$ угол между AC и хордой AE

равен $\frac{\overset{\frown}{AE}}{2} = \angle AFE \Rightarrow \angle EAC = \angle AFE$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \angle B = \angle EFC$$

$$\text{Согл. смежные, } \angle B = 90^\circ - \angle BCD = 90^\circ - (90^\circ - \angle ACD) = \angle ACD = \angle ECA$$

Таким образом, $\angle AED = \angle AFE + \angle EFC = \angle AFC \Rightarrow \triangle EDA \sim \triangle FCA$ по 2-м углам ($\angle EDA = \angle FCA = 90^\circ$) $\Rightarrow \frac{ED}{CF} = \frac{AD}{AC} \quad (*)$

Пусть $BD = x$. Тогда $AB = 2,1x \Rightarrow AD = 2,1x - x = 0,1x$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \sqrt{0,1x^2} = \sqrt{0,1} x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AD}{AC} = \frac{0,11x}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{0,11x}{\sqrt{0,26x^2 + 0,11x^2}} = \frac{0,11x}{\sqrt{0,561x}} = \frac{0,11}{\sqrt{0,561}}$$

$$\frac{0,11}{\sqrt{0,26 \cdot 3,5}} = \frac{1}{\sqrt{3,5}} \Rightarrow \frac{DE}{CF} = \frac{1}{\sqrt{3,5}} \Rightarrow CF = \sqrt{3,5} DE$$

Пусть $DE = y$, тогда $CF = \sqrt{3,5} y$, $CE = CD - DE = \sqrt{0,11} x - y$

Из \parallel -линий $\angle CEF = \angle CPB = 90^\circ \Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle FCE$ по 2-м углам $\Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{0,11} x - y}{\sqrt{0,11} x} = \frac{\sqrt{3,5} y}{\sqrt{BD^2 + CD^2}}$

$$1 - \frac{y}{\sqrt{0,11} x} = \frac{\sqrt{3,5} y}{\sqrt{2,1} x} \Rightarrow 1 = \frac{y}{x} (\sqrt{2,5} + \sqrt{2,5}) \Rightarrow$$

$$1 = \frac{\sqrt{20} y}{x} \Rightarrow x = \sqrt{20} y$$

$$\triangle CAD \sim \triangle FCE \Rightarrow \frac{S_{CAD}}{S_{CEF}} = \frac{CD^2}{CE^2} = \frac{0,56x^2}{3,5y^2}$$

$$= \left(\frac{AC}{FC}\right)^2 = \frac{0,56x^2}{3,5y^2} = \frac{0,56 \cdot 20y^2}{3,5y^2} = \frac{5,6}{3,5} = \frac{56}{35} = \frac{8}{5}$$

Ответ: $\frac{S_{CAD}}{S_{CEF}} = \frac{8}{5}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sin x \in [-1; 1] \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ значение $\arccos(\sin x)$ всегда определено $\Rightarrow \forall x: x \in \mathbb{R}$.

$$\arccos(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x$$

$$0,5\pi - \arcsin(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x \Leftrightarrow \arcsin(\sin x) = 0,2x - 0,4\pi$$

I $\forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Тогда $\arcsin(\sin x) = \sin x$

$$x = 0,2x - 0,4\pi$$

$$0,8x = -0,4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - 0,5\pi$$

II $\forall x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(-\sin(x-\pi)) = \arcsin(\sin(\pi-x))$$
$$= \pi - x \Rightarrow \pi - x = 0,2x - 0,4\pi$$

$$1,2x = 1,4\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} - 0,5\pi$$

III $\forall x \in \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x-2\pi)) = x - 2\pi$$

$$x - 2\pi = 0,2x - 0,4\pi \Leftrightarrow 0,8x = 1,6\pi \Rightarrow x = 2\pi - 0,5\pi$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{III} \text{ сл. } x \in \left(\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \right]$$

$$\arcsin x = \arcsin(-\sin(x-3\pi)) = \arcsin(\sin(3\pi-x)) =$$
$$= 3\pi - x$$

$$3\pi - x = 0,2x - 0,4\pi$$

$$1,2x = 3,4\pi$$

$$x = \frac{34}{12}\pi = \frac{17}{6}\pi - 4\pi$$

$$\text{IV} \text{ сл. } x \in \left(\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2} \right]$$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x-4\pi)) = x - 4\pi$$

$$x - 4\pi = 0,2x - 0,4\pi \Rightarrow 0,8x = 3,6\pi \Rightarrow x = \frac{9\pi}{2} - 4\pi$$

$$\text{Если } x > 4,5\pi, \text{ то } 0,2x > 0,9\pi \Rightarrow 0,2x - 0,4\pi > \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \arcsin(\sin x)$ — корней нет

$$\text{Если } x < -0,5\pi, \text{ то } 0,2x < -0,1\pi \Rightarrow 0,2x - 0,4\pi < -0,5\pi$$

$\in \arcsin(\sin x)$ — корней нет.

$$\text{Ответ: } \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, 2\pi, \frac{17\pi}{6}, \frac{9\pi}{2} \right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$5x + 6ay - b = 0$ — уравнение прямой. Расстояние от центра большой окр.-ти до прямой;

$$S_1 = \frac{|5 \cdot 0 + 6a \cdot 0 - b|}{\sqrt{25 + 36a^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{25 + 36a^2}}$$

До центра второй окр.-ти; $S_2 = \frac{|5 \cdot 0 + 6a \cdot (-9) - b|}{\sqrt{25 + 36a^2}} = \frac{|-54a - b|}{\sqrt{25 + 36a^2}}$

Уравнение имеет решение \Leftrightarrow прямая пересечет обе окр.-ти \Leftrightarrow

$$\begin{cases} S_1 < 5 \\ S_2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

~~$|b| < 5\sqrt{25 + 36a^2}$~~ ~~$|54a - b| < 2\sqrt{25 + 36a^2}$~~

~~$625 + 900a^2 > b^2$~~ ~~$54a - b < 2\sqrt{25 + 36a^2}$~~ ~~$54a + b < 2\sqrt{25 + 36a^2}$~~

$0 < 5\sqrt{25 + 36a^2}$ (2) \Leftrightarrow $54a < 7\sqrt{25 + 36a^2}$

$0 < 5\sqrt{25 + 36a^2}$ (2) \Rightarrow $-54a < 7\sqrt{25 + 36a^2}$

$54a + b < 2\sqrt{25 + 36a^2}$ (3)

$-54a - b < 2\sqrt{25 + 36a^2}$ (4)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

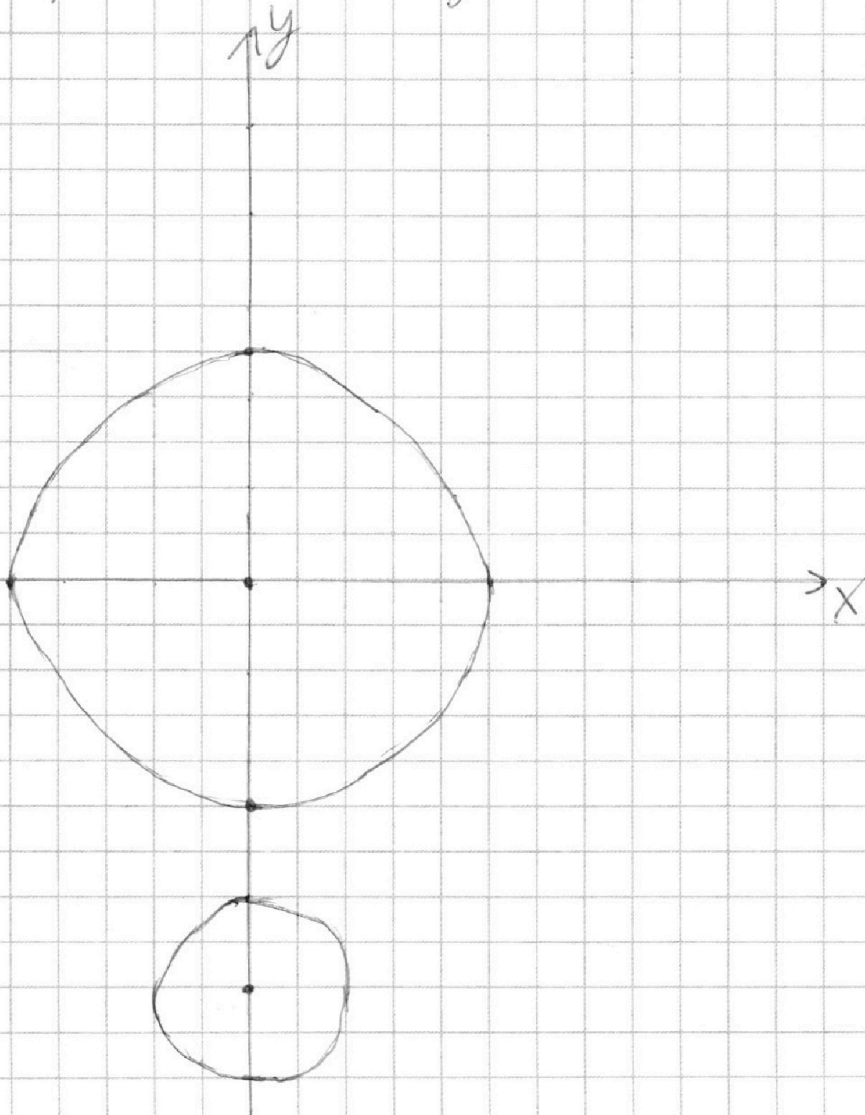
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2-е уравнение системы перетрывается

Алгебраически образы: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 = 0 \\ x^2 + y^2 + 23y + 77 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ x^2 + (y+9)^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ x^2 + (y+9)^2 = 2^2 \end{cases}$$

Построим график этой совокупности:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow |54a| < 7\sqrt{25+36a^2} \Leftrightarrow 54^2 a^2 < 49(25+36a^2)$$

$$a^2(54^2 - 49 \cdot 36) < 49 \cdot 25$$

$$a^2(54^2 - 42^2) < 35^2$$

$$a^2 \cdot 12 \cdot 96 < 35^2$$

$$a^2 < \frac{35^2}{8 \cdot 12^2}$$

$$|a| < \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$a \in \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}; \frac{35\sqrt{2}}{48}\right) - \text{интервал в теме м.в.е.}$$

по и-х корней формул.

Пусть $a \in \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}; \frac{35\sqrt{2}}{48}\right)$. Тогда положим

$$b = \frac{5}{7} \cdot 54a \text{ в } (*):$$

$$\left| \frac{5}{7} \cdot 54a \right| < 5\sqrt{25+36a^2}$$

$$\left| 54a \cdot \frac{5}{7} - \frac{5}{7} \cdot 54a \right| < 2\sqrt{25+36a^2}$$

$$\frac{5}{7} |54a| < 5\sqrt{25+36a^2}$$

$$\Leftrightarrow |54a| < 7\sqrt{25+36a^2} -$$

верное пер.-во для функции a , значит, (*) имеет верное \Rightarrow есть решение при

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -\frac{5}{7} \cdot 512$$

Таким образом, мы формулируем, что если из
подойдет $a \in \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$, а если $a \notin$ этого
интервала, то все равно подойдет.

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_{12}^4 x - 6 \log_x 12 = \log_x^3 \frac{1}{12} - 5 & (1) \\ \log_{12}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 12 = \log_{0,25y^3} (12^{-13}) - 5 & (2) \end{cases}$$

$$(1): \log_{12}^4 x - 6 \log_x 12 = \log_x^3 (12^{-2}) - 5$$

$$\log_{12}^4 x - 6 \log_x 12 = -\frac{2}{3} \log_x 12 - 5$$

Замена: $\log_{12} x = t, t \neq 0$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3}t - 5 \quad (-3t)$$

$$3t^5 - 18t^2 + 15t = 0$$

$$3t^5 + 15t - 18 = 0 \quad (3)$$

$$(2): \log_{12}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 12 = \log_{(0,5y)^3} (12^{-13}) - 5$$

Замена: $\log_{12} 0,5y = k, k \neq 0$

$$k^4 + \frac{1}{k} = -\frac{13}{3k} - 5 \quad (-3k)$$

$$3k^5 + 3 + 13 + 15k = 0$$

$$3k^5 + 15k + 16 = 0 \quad (4)$$

$f(x) = 3x^5 + 15x$ — возрастающая ф-ция \Rightarrow
уравнения (3) и (4) имеют не более чем по 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

корню, а н.к. о в обоих случаях не получится, если
имеют равно по 1 корню

$$x > 0 \text{ и } y > 0 \Rightarrow \log_{22} \frac{xy}{2} = \log_{22} x + \log_{22} 0,5y \Rightarrow$$
$$\log_{22} \frac{xy}{2} = t + k \Rightarrow \frac{xy}{2} = 2^{t+k} \Rightarrow xy = 2 \cdot 2^{t+k}$$

Подставим $k = -t$ в уравнение (4):

$$3 \cdot (-t)^5 + 25(-t) + 16 = -3t^5 - 25t + 16 = -(3t^5 + 25t - 16)$$
$$= 0 \Rightarrow -t - \text{корень уравнения (4)} \Rightarrow t + k = 0 \Rightarrow xy = 2.$$

Ответ: $xy = 2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$P(-15; 90)$ $Q(2; 90)$

Найдите урав. касательных к кривой

$$RQ: \begin{cases} 17k + b = 0 & (1) \\ 2k + b = 90 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2): 15k = -90$$

$$k = -6$$

$$b = 102$$

Пусть для точек $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ введенные величины $\Delta x = x_2 - x_1$ и

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

используя карты точек идеальной

$$\text{связи: } 6\Delta x + \Delta y = 48$$

$$\Delta x - \text{целое} \Rightarrow 6\Delta x : 6, 48 : 6 \Rightarrow$$

$\Delta y : 6$. Кроме того, очевидно, что $|\Delta y| \leq 90$.

$$\Delta y = 6n \quad (n \in \mathbb{Z}, |n| \leq 15)$$

Рассмотрим к-во случаев для каждого такого n по отвлеченности. Мы можем выбрать $91 - 6n$

пар "угломилых" третишек, $11 - k$ ОК и углемилых групп от углемилых на Δy .

$$\Delta x = \frac{48 - \Delta y}{6} = 8 - \frac{6n}{6} = 8 - n$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

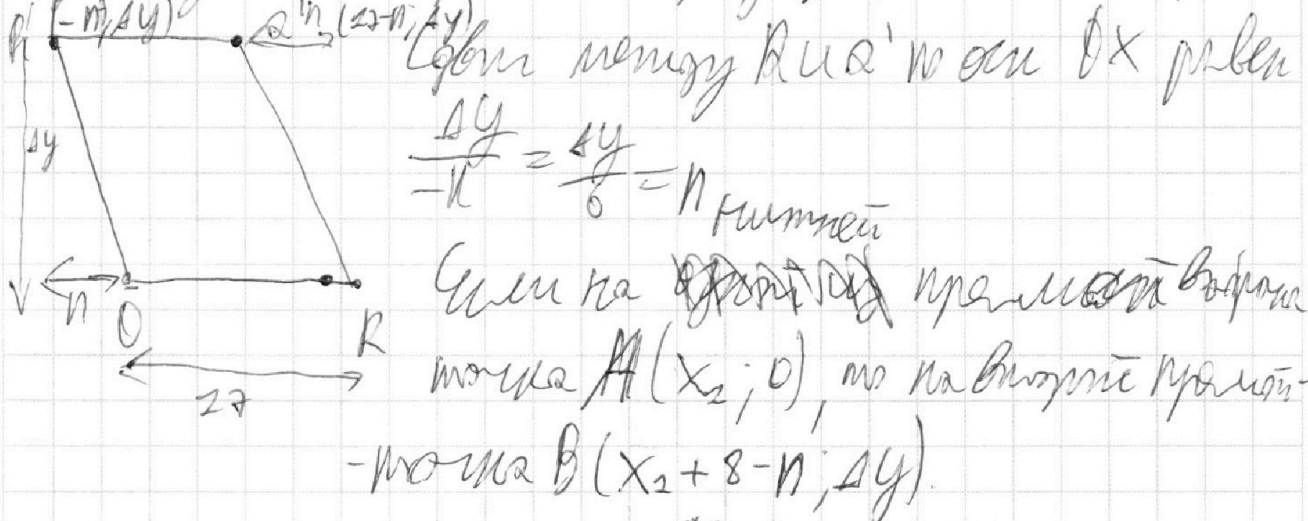
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим один параллелограмм, отделим
одну из его сторон (все они симметричны), при этом

формулы его стороны - OR , $\Delta y \geq 0$ и $\cos \alpha > 0$



$x_2 + 8 - n$ лежит между $[-n; 17 - n]$

1) $x_2 + 8 - n \geq -n \Rightarrow x_2 \geq -8$ - вып. всегда.

2) $x_2 + 8 - n \leq 17 - n \Rightarrow x_2 \leq 9$ - то случаев выстроится.

Итого случаев для $n \geq 0$: $70(92 - 6n)$

Аналогично для $n < 0$: $70(92 - 6n)$

Ответ: $\sum_{n=71}^{75}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

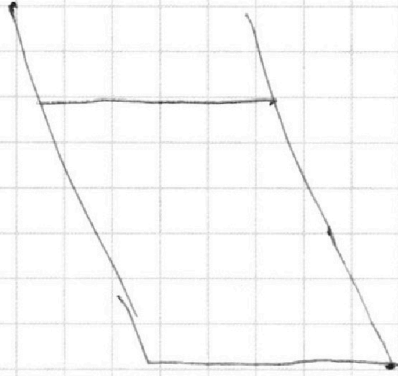
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\Delta y > 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6\Delta x + 8\Delta y = 10$$

$$\Delta y = -90; \quad \Delta x = 23$$

$$\Delta y = 6k \quad (k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 25)$$

$$n = 25; 4$$

$$\Delta x = 8 - k$$

$$n = 24; 7$$

Разница Δx и Δy равна:

$$n = 23; 13$$

$$\Delta y = 6n \quad (n \in \mathbb{Z}, |n| \leq 25)$$

$$6|n|$$

$$\Delta y = 0$$

$$6\Delta x = 48 \Rightarrow \Delta x = 8$$

$$\Delta x = \frac{48 - 6n}{6} = 8 - n$$

$$2 + 16n$$

$$A = 92 - 6n$$

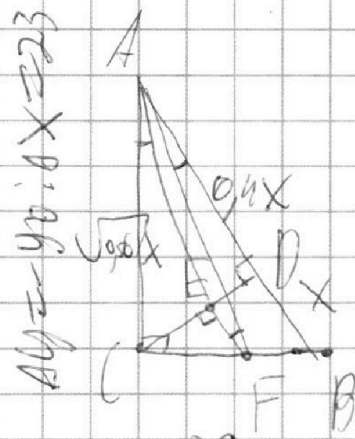
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

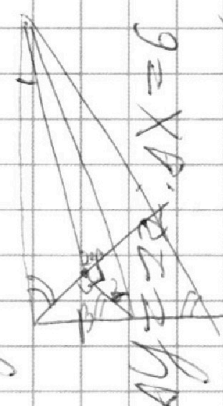
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AY = 90; AX = 23$

$AY = 0; AX = 8$

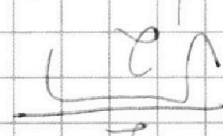
$AY = 6; AX = 7$



$AY = 22; AX = 6$

$AY = 23; AX = 5$

$F = XD; AY = 90; AX = -7$



$x \sqrt{\frac{2}{5}}$

$0,4x^2 + 0,4x^2$

$\frac{DE}{AD} = \frac{CE}{AE}$

$\sqrt{0,56}$

$\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$
 $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\sin(90^\circ) = 1$

$xy =$

$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AP}$

$\frac{140}{56}$

$\sqrt{\frac{5}{2}}$

$\frac{AC}{AD} = \frac{CE}{DE}$

$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$

$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$

$0,9m - 0,2x$

$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$

$\sqrt{a^2 + b^2}$

$x = 20 + h + x$

$xy = 2 \cdot 22$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on a grid background:

- Prime Factorizations:**
 - $a: 2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{24}$
 - $b: 2^{24} \cdot 3^{24} \cdot 5^{23}$
 - $c: 2^{26} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$
 - $(abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$
 - $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$
- Equations and Simplifications:**
 - $ax - by = 0$
 - $ax - by = 0 \implies \frac{ax}{by} = 1$
 - $ax = by$
 - $\frac{ax}{by} = \frac{2^m \cdot 3^p \cdot 5^q}{2^k \cdot 3^l \cdot 5^r} = 1$
 - $2^m \cdot 3^p \cdot 5^q = 2^k \cdot 3^l \cdot 5^r$
 - $m = k, p = l, q = r$
 - Examples: $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$, $b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^6$, $c = 2^{22} \cdot 3^{27} \cdot 5^{17}$
- Diagrams and Trigonometry:**
 - A circle with a horizontal diameter and a vertical radius.
 - Angles α and β are indicated.
 - Equation: $\arcsin \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} - \alpha$
 - Equation: $2 \arccos \alpha = \pi$
- Other Calculations:**
 - $abc = 2^{28} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$
 - $abc = 2^{28} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ (repeated)
 - $a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^0$
 - $b = 2^9 \cdot 3^7 \cdot 5^{22}$
 - $c = 2^{20} \cdot 3^{27} \cdot 5^{27}$