



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

- $ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}, k \in \mathbb{N}$
- $bc = e \cdot 2^{17} \cdot 7^7, e \in \mathbb{N}$
- $ac = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{34}, p \in \mathbb{N}$

• $\frac{1) \cdot 2)}{3)} \Rightarrow b^2 = \frac{ke}{p} \cdot \frac{2^{28}}{7^{10}}$ $ke \neq 7^{10}$

• $\frac{2) \cdot 3)}{1)} \Rightarrow e^2 = \frac{pe}{k} \cdot 2^{23} \cdot 7^{44}$ $\text{Число } e \text{}$
 $\text{степень } 7 \text{ } \neq 17$
 $\rightarrow k \neq 7^6$

• $\frac{1) \cdot 3)}{2)} \Rightarrow a^2 = \frac{kp}{e} \cdot 2^{17} \cdot 7^{30}$

• $1) \cdot 2) \cdot 3) \Rightarrow (abc)^2 = kpe \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$

~~Заметим~~ $ke \neq 7^{10} \rightarrow kpe \neq 7^{10}$, также

kpe должно быть кратно двум, чтобы степени двойки стала четной

$$kpe = 2^{2x+1} \cdot 7^{10}, \text{ где}$$

$$kpe \geq 2 \cdot 7^{10}$$

$$x \in \mathbb{N}$$

$$(abc)^2 \geq 2^{52} \cdot 7^{64} \quad abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

~~Пример~~ ~~когда~~ $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$

$$a = \quad b = 2^5 \quad c = 2^{12} \cdot 7^{21} \quad a = 2^9 \cdot 7^{11}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2. $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} \quad m - ? \quad m \uparrow \max, \text{ где}$$

Дробь $\frac{x}{y}$ можно сократить в том случае,

если $\text{НОД}(x, y) \neq 1$. ~~где~~ $\text{НОД}(a, b) = 1$

т.е. числа a и b взаимно просты.

Найдём $\text{НОД}(a+b, a^2 - 6ab + b^2)$, заметим

что $a+b$ и $a^2 - 6ab + b^2$ можно сократить на

их НОД . $\text{НОД}(x, y) = \text{НОД}(x, y - x)$

$$\text{НОД}(x, y) = \text{НОД}(x, y - kx), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{НОД}(a+b, a^2 - 6ab + b^2) = \text{НОД}(a+b, a^2 - 6ab + b^2 -$$

$$(a+b) \cdot (a+b)) = \text{НОД}(a+b, -8ab) = \text{НОД}(a+b,$$

$$8ab) = \text{НОД}(a+b, 8ab - 8b(a+b)) = \text{НОД}(a+b, -8b^2) =$$

$$= \text{НОД}(a+b, 8b^2) \quad \text{Заметим, что}$$

$$\text{НОД}(a+b, b) = 1 \rightarrow b^2 \text{ взаимно просто с } a+b$$

$$\rightarrow \text{НОД}(a+b, 8b^2) \leq 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Оценка } \text{НОД}(a+b, 8b^2) \leq 8$$

$$\text{НОД}(a+b, a^2 - 6ab + b^2) \leq 8 \rightarrow \boxed{m \leq 8}$$

Пример: приведём пример, когда $m = 8$

$$a = 1 \quad b = 7$$

$$\frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8}$$

Ответ: $m_{\max} = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

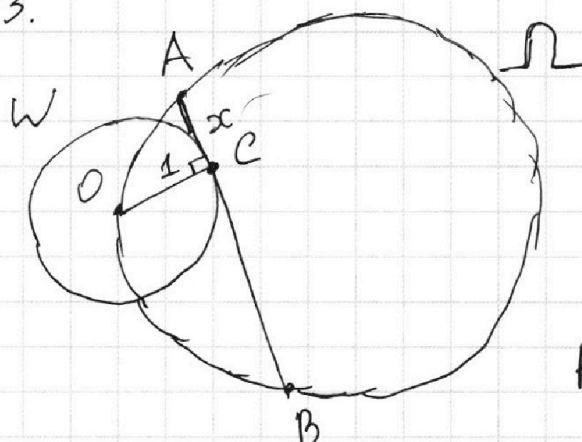
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3.



$$\frac{AC}{CB} = 7, \text{ Пусть}$$

$$AC = x, \text{ тогда}$$

$$CB = 7x,$$

$$AB = 8x$$

$$R_W = 1, R_\Omega = 5$$

Пусть D - центр окружности W .

AB - касательная к окружности $W \rightarrow$

$$OC \perp AB; \quad AO^2 = AC^2 + OC^2 \text{ (Т'г. Пифагора)}$$

$$AO = \sqrt{1 + x^2}, \text{ Аналогично } DB^2 = DC^2 + CB^2$$

$$OB = \sqrt{1 + 49x^2} \quad | \quad \Delta AOB \text{ (Т'г sin):}$$

$$\sin \angle ABO = \frac{1}{\sqrt{1 + 49x^2}}; \quad \frac{AO}{\sin \angle ABO} = 2 \cdot R_\Omega$$

$$\sqrt{1 + x^2} \sqrt{1 + 49x^2} = 2 R_\Omega = 10$$

$$(1 + x^2)(1 + 49x^2) = 100$$

$$x^2 = 1 \quad x = 1 \quad \rightarrow \quad AB = 8x = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Решите уравнение.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

~~Заметим, что $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$ и $2x^2 + 2x + 1$~~

Возведём в квадрат и позабудем, что правая часть ≥ 0

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = (2 - 7x)^2 + 2(2 - 7x) \cdot \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1 \\ 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 7x = (2 - 7x)^2 + 2(2 - 7x) \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 2x^2 - 2x - 1 \\ 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \end{cases}$$

$$(2 - 7x)(2 - 7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1) = 0$$

$$x = \frac{2}{7}; \quad 2 - 7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1 = 0$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad \text{возведём в квадрат}$$

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1$$~~

~~$$2x^2 - 5x + 3 = 1$$~~

~~$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm 3}{4}$$~~

~~$$x \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0 \quad D = 22^2 + 12 \cdot 41 = 976$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} \quad x_1 = \frac{22 + \sqrt{976}}{82} = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x_2 = \frac{22 - \sqrt{976}}{82} = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x \in \left\{ \frac{2}{7}, \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}, \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \right\}$$

Заметим, что все проделанные образования
могли только добавить в первое **какое** уравнение
лишние корни. Проверим все полученные корни.

$\frac{2}{7}$ подходит +

$$\frac{25}{41} < \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} < \frac{27}{41}$$

$$\downarrow > \frac{1}{2}$$

~~Эти~~ эти корни появи-
лись при

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 4 - 14x + 7x - 1$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$$

корень $\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{2}$ и он не подходит

$$x > \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Корень $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$ подходит, так как
он отрицательный и
противоречий с ~~не~~ преобразованиями нет.

$$x \in \left\{ \frac{2}{7}; \frac{11-2\sqrt{61}}{41} \right\}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{7}; \quad x = \frac{11-2\sqrt{61}}{41}$$

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Рассмотрим неравенство.

$$f(x) \cdot g(x) \leq 0 \rightarrow \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ \vee \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \\ \vee \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \end{cases}$$

плоскость пространство внутри окружности с центром в $(-8; 0)$ и радиусом 1

плоскость, которая не включает в себя окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 2

плоскость, которая не включает плоскость внутри окружности с центром в $(-8; 0)$ и радиусом 1

плоскость внутри окружности с центром $(0; 0)$ и радиусом 2

Неравенство образует заштрихованную область в координатах $x; y$

$ax + 10b = y$ — это уравнение прямой

Чтобы система имела два решения, надо чтобы ~~каждой~~ эта прямая была общей касательной к двум окружностям.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

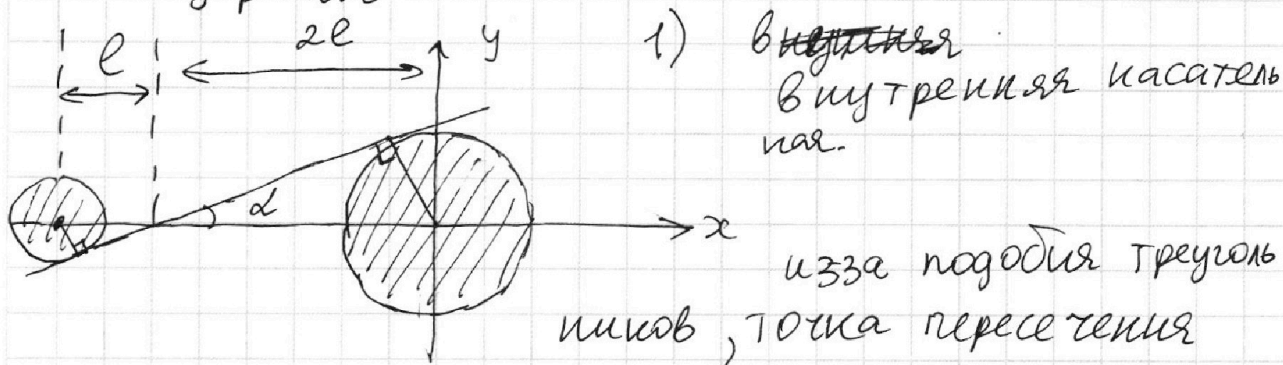
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

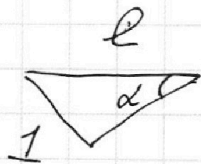
общая касательная может быть двух типов:

внутренняя и внешняя.



внутренней касательной с осью абсцисс будет делить отрезок соединяющий центры окружностей

как $1 \neq 2$ $3e = 8$ $e = \frac{8}{3}$



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{1}{e} = \frac{3}{8}; & \cos \alpha &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \\ & & &= \frac{\sqrt{55}}{8} \\ \tan \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{\sqrt{55}} \end{aligned}$$

~~Заметим, что внутренняя касательная~~

Заметим, что другая внутренняя касательная симметрична этой отн. отрезка, соединяющего центры окружностей \rightarrow симметрична отн. оси X .

$$\rightarrow a = \pm \tan \alpha = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

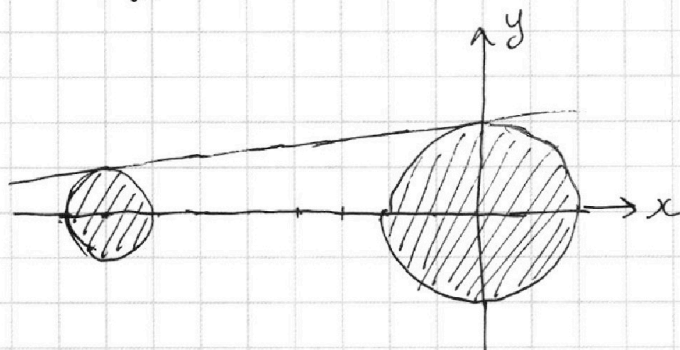
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

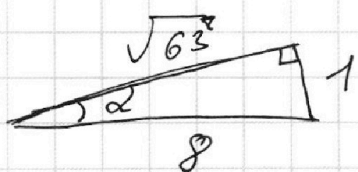
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) Внешняя касательная



Посмотрим на
пересечение касательной
с осью абсцисс



$$\sin d = \frac{1}{8} \quad \cos d = \frac{\sqrt{63}}{8} \quad \operatorname{tg} d = \frac{1}{\sqrt{63}}$$

$$a = \pm \operatorname{tg} d = \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left\{ \pm \frac{3}{\sqrt{55}}, \pm \frac{1}{\sqrt{63}} \right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

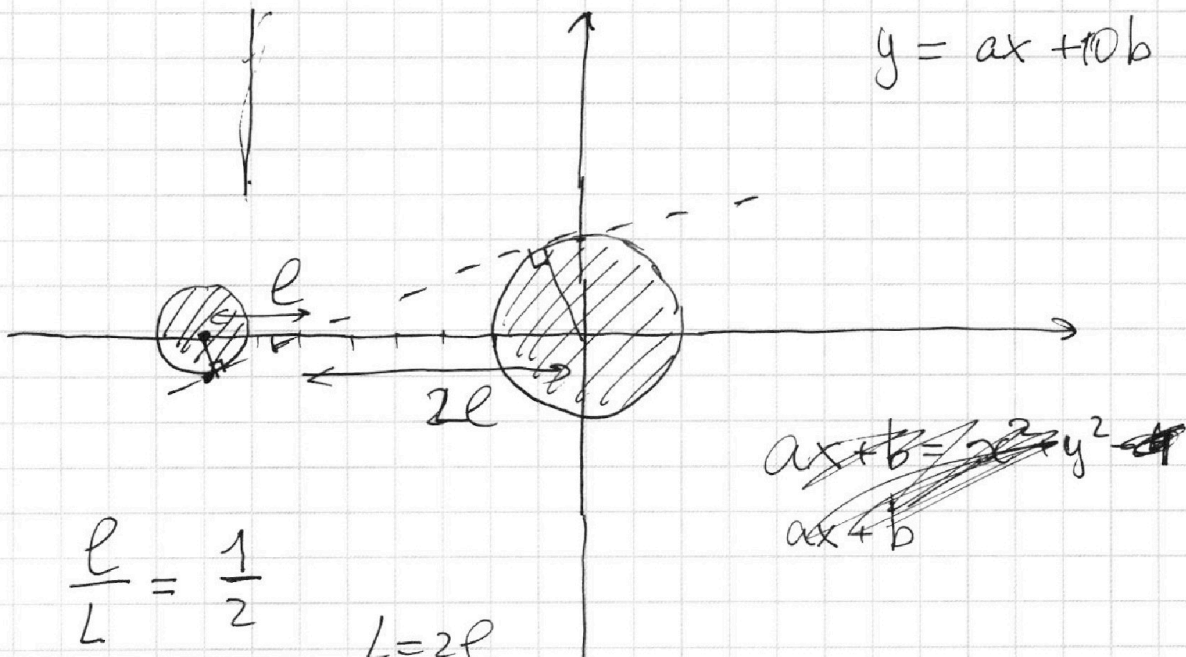
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

2 решения



$$\frac{l}{L} = \frac{1}{2}$$

$$L = 2l$$

$$3l = 8$$

$$l = \frac{8}{3}$$

$$\cos d = \frac{1}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{8}$$

$$\operatorname{tg}^2 d \neq 1 = \frac{1}{\cos^2 d}$$

$$a \in \left[-\infty; \sqrt{\frac{55}{3}} \right] \cup \left[\frac{\sqrt{55}}{3}; +\infty \right]$$

$$\operatorname{tg}^2 d = \frac{64}{9} - 1 = \frac{55}{9} \neq \frac{\sqrt{55}}{3}$$

$$\operatorname{tg} d = \frac{\sqrt{55}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(2-7x) \left(2-7x + 2\sqrt{2x^2+2x+1} - 1 \right) = 0$$

$$\begin{cases} 2-7x=0 & x = \frac{2}{7} \\ 2-7x+2\sqrt{2x^2+2x+1}-1=0 \end{cases}$$

$$7x-1 = 2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$484 + 492 = 976$$

$$C = 2^{12} \cdot 7$$

$$C =$$

$$44 - 38$$

$$976$$

~~23~~

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 31 \\ \hline 31 \\ 93 \\ \hline 961 \end{array}$$

$$C^2 =$$

$$b = 25$$

$$C = 7^4$$

$$K = 7^6$$

$$\begin{array}{r} 976 \mid 4 \\ - 8 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$- 244 \mid 4 \\ \hline 61$$

$$b^2 = 25$$

$$b^2 = 2^{10}$$

$$K = 7^4$$

$$C^2 = 2$$

$$22 \cdot 22$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$C^2 = 2^{24} \cdot 7^4 = 2^{12} \cdot 7^2$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ 41 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

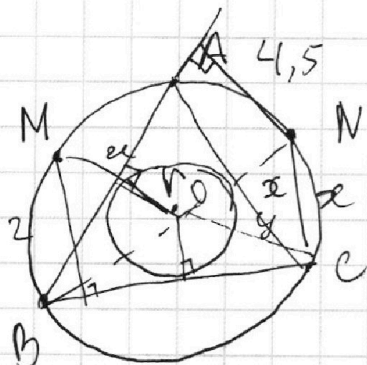
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

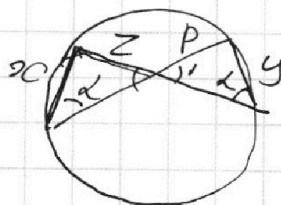
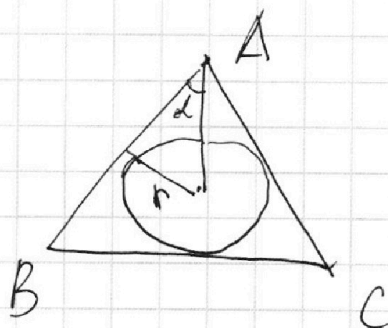
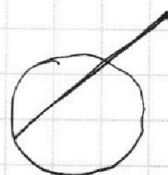
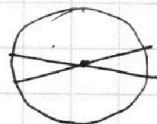
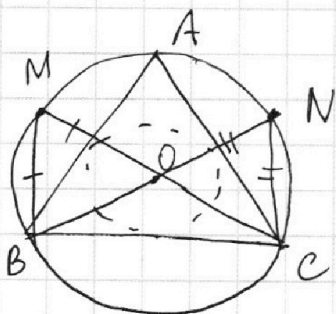


$$\frac{r}{4,5} = \frac{BN - x}{BN}$$

$$\frac{r}{2} = \frac{CM - y}{CM}$$

$$BO \cdot x =$$

$$MO \cdot x$$



$$\frac{x}{y} = \frac{z}{p}$$

$$px = yz$$

$$\frac{r}{\sin \alpha}$$

$$\frac{r}{4,5} = \frac{r}{\sin \beta}$$

$$x \cdot BM = y$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O(0;0) \quad P(-12;24)$$

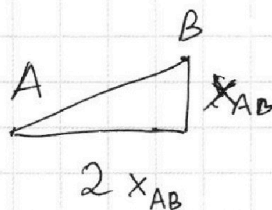
$$Q(3;24) \quad R(15;0)$$

$$A(x_1; y_1) \quad B(x_2; y_2)$$

с целым и координатами

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$$



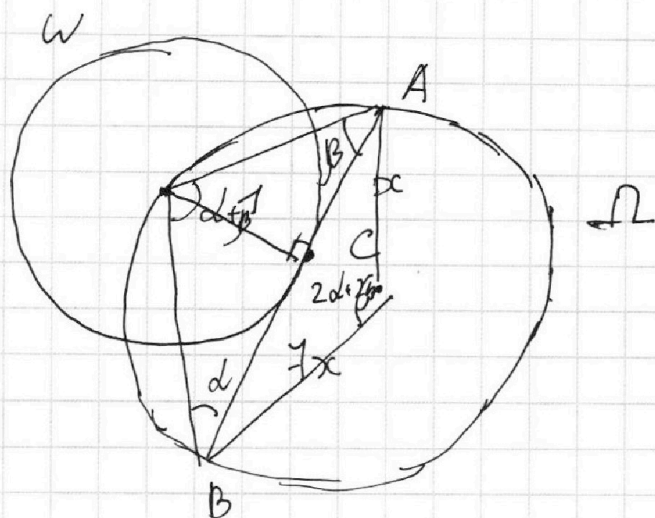
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC/CB = 7$$

$$\frac{8x}{\sin(\alpha + \beta)} = 10$$

~~$$1 + 49x^2$$~~

$$\frac{1 + 49x^2}{\sin^2 \beta} = 100$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + x^2}$$

$$\frac{1 + x^2}{\sin^2 \alpha} = 100$$

$$(1 + 49x^2)(1 + x^2) = 100$$

$$1 + 50x^2 + 49x^4 = 100$$

~~$$50$$~~ ~~$$49x^4$$~~

$$x = 1$$

$$AB = 8$$

4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

> 0 > 0

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 4 - 28x + 49x^2 + 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1} +$$

~~$$2x^2 + 2x + 1$$~~

$$2 - 7x = (2 - 7x)^2 + 2 \cdot (2 - 7x) \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. a, b, c $ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = p \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = e \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 = kpe \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$kpe = 2$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$k=2 \quad p=1 \quad e=1$$

$$ab = 2^{35} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$b^2 = 2^{12}$$

$$b^2 = \frac{kp}{e} \cdot \frac{2^{11}}{7^{10}}$$

$$c^2 =$$

2. $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ m

$$\text{НОД}(a+b, a^2+6ab+b^2)$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$\text{НОД}(a+b, 8ab) \quad b^2 \div a+b$$

$$m = 8$$

$$\text{НОД}(b^2, a+b) = 1$$

$$\text{НОД}(a+b, -8b^2) =$$

$$\text{НОД}(a+b, 8b^2) = 8$$

$$\frac{8}{1-42+49} = 1$$

$$a+b \quad 8b^2$$

$$\frac{a+b}{b^2}$$

$$\frac{8b^2}{a+b}$$

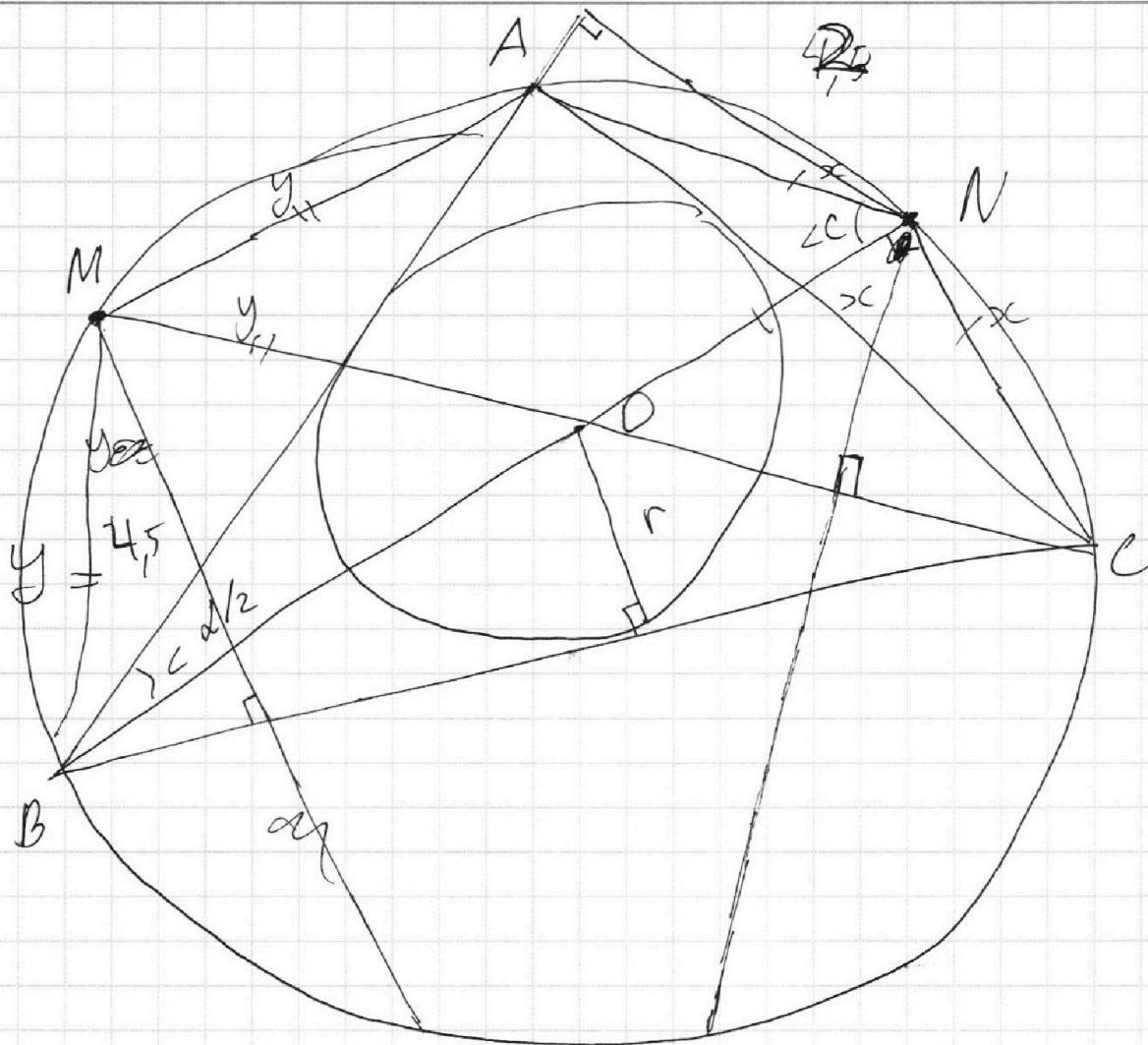
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BN = \frac{4,5}{\sin \beta}$$

$$AM = \frac{4,5}{\sin \delta}$$

$$\frac{r}{\sin \delta} = ?$$

$$BN = x + 2y \sin \delta$$

$$CM = 2x \sin \delta + y$$

$$CO = 2x \sin \delta$$

$$\frac{4,5}{\frac{4,5}{2}}$$

$$\frac{r}{4,5} = 1 - \frac{x}{BN}$$

$$\frac{r}{2} = 1 - \frac{2x \sin \delta}{CM}$$



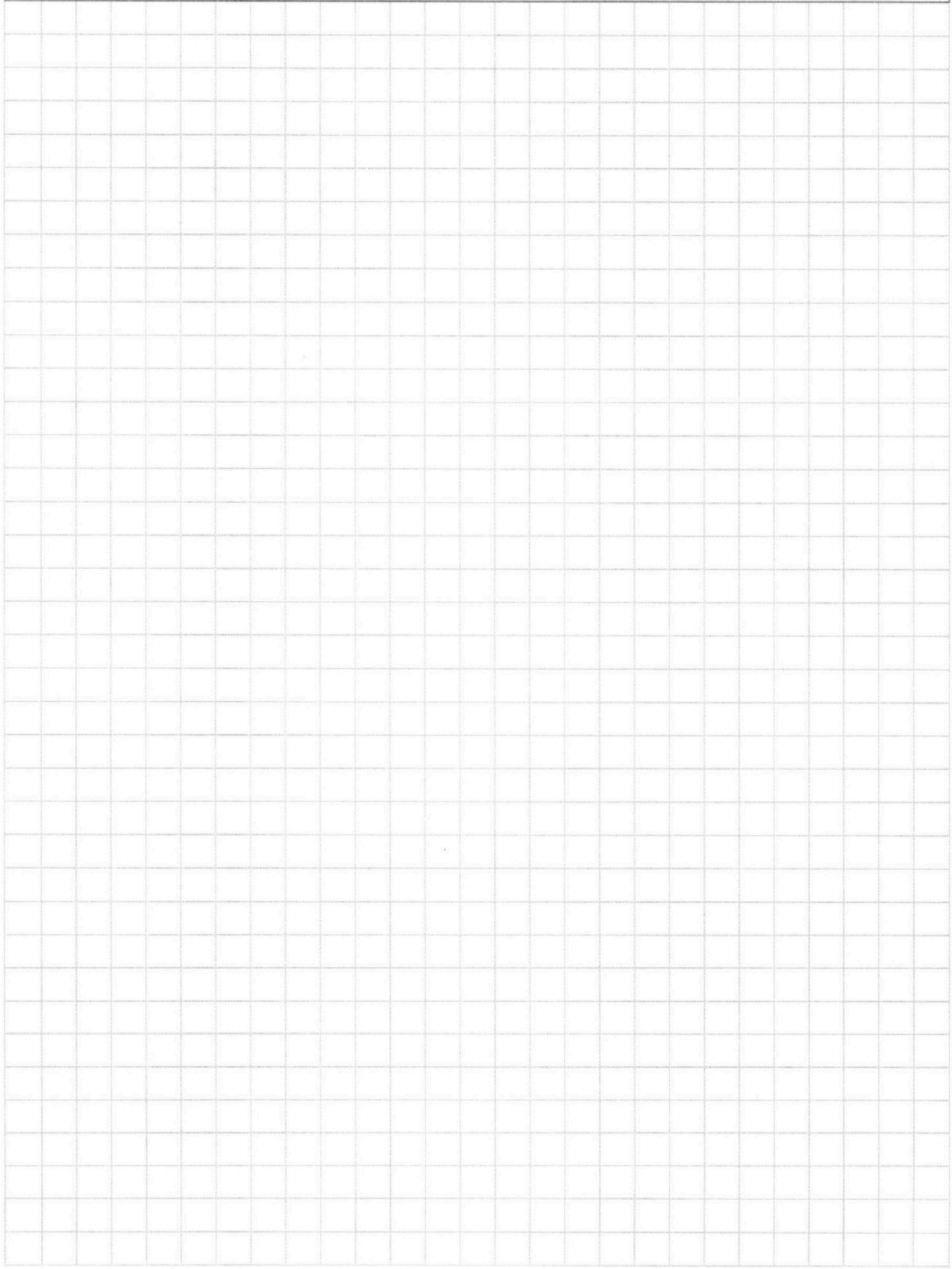
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





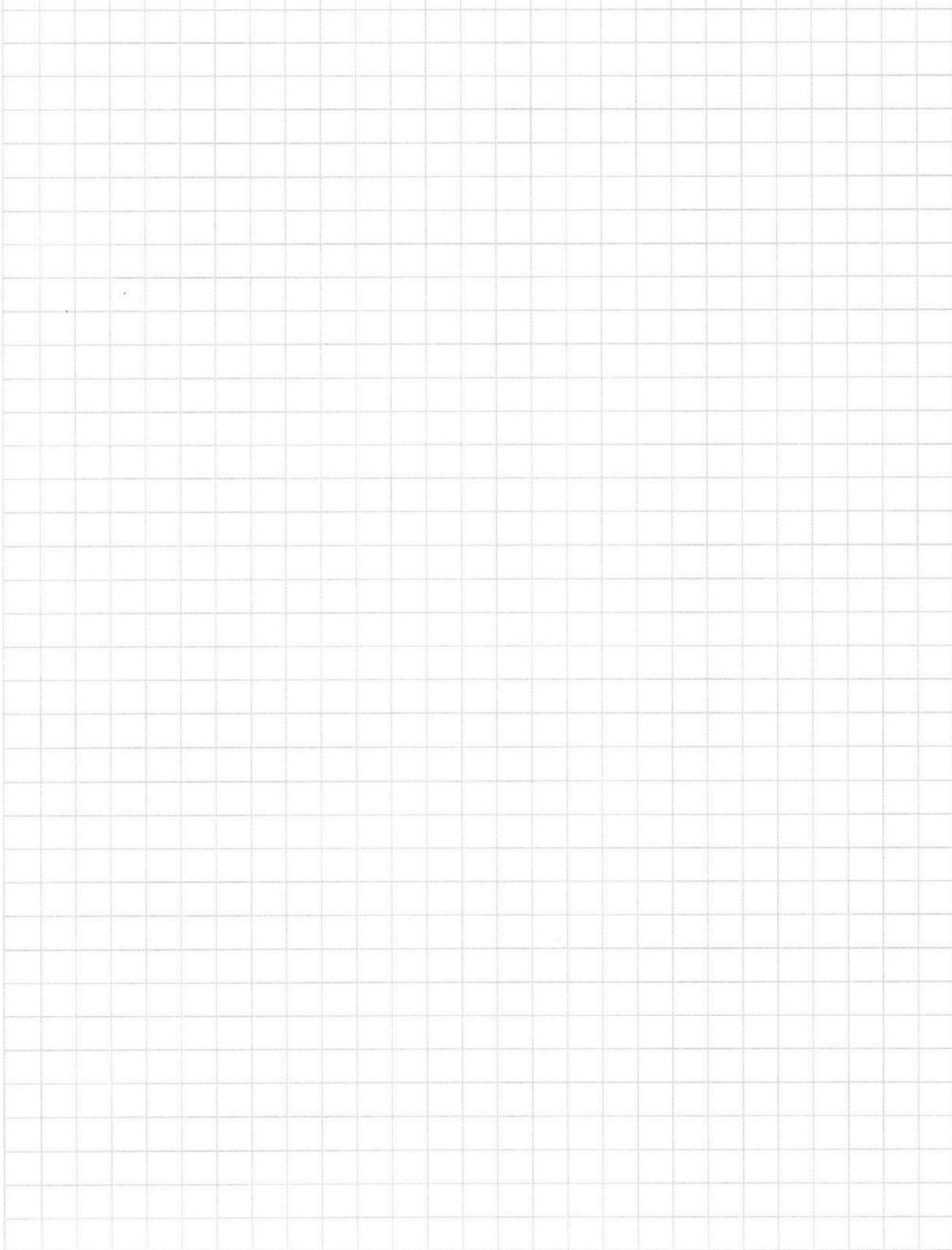
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{r}{z} - \frac{r}{y} = \frac{2x}{x+2y\sin d} - \frac{2xs\sin d}{y+2xs\sin d}$$

$$\frac{r}{z} - \frac{r}{y} = \frac{2xy + 2x^2\cancel{\sin d} - 2x^2\cancel{\sin d} + 2xy\sin d}{(x+2y\sin d)(y+2xs\sin d)}$$

$$90^\circ - \frac{\alpha}{2} = \angle \frac{B}{2} + \angle \frac{C}{2}$$

$$\angle \frac{B}{2} - \angle \frac{C}{2}$$