МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5\arcsin(\cos x) = x + \dfrac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ \left(x^2 + y^2 - 9\right)\left(x^2 + y^2 - 12x + 32\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6\log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2\log_{5y} 3 = \log_{25y^2}\left(3^{11}\right) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-14;42)$, $Q(6;42)$ и $R(20;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^9 3^{10} 5^{10}$, $bc \vdots 2^{14} 3^{13} 5^{13}$, $ac \vdots 2^{19} 3^{18} 5^{30}$

1) Поймем, что $abc \vdots 2^{19} 3^{18} 5^{30}$, иначе $ac \not\vdots 2^{19} 3^{18} 5^{30}$ – противор. $\Rightarrow$
$\Rightarrow abc \geq 2^{19} 3^{18} 5^{30}$
2) Пусть m_k – степень вхождения k в m; тогда

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 9 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \\ c_2 + a_2 \geq 19 \\ a_2 + b_2 + c_2 \geq 19 \end{cases} \Bigg| + \quad \begin{cases} a_3 + b_3 \geq 10 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \\ c_3 + a_3 \geq 18 \\ a_3 + b_3 + c_3 \geq 18 \end{cases} \Bigg| + \quad \begin{cases} a_5 + b_5 \geq 10 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \\ c_5 + a_5 \geq 30 \\ a_5 + b_5 + c_5 \geq 30 \end{cases} \Bigg| +$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 + c_2 \geq 21 \\ a_2 + b_2 + c_2 \geq 19 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 + b_3 + c_3 \geq 20{,}5 \\ a_3 + b_3 + c_3 \geq 18 \end{cases} \quad \begin{cases} a_5 + b_5 + c_5 \geq 26{,}5 \\ a_5 + b_5 + c_5 \geq 30 \end{cases}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 21 \qquad a_3 + b_3 + c_3 \geq 20{,}5 (21) \qquad a_5 + b_5 + c_5 \geq 30$$
$$(a_3 + b_3 + c_3 \in \mathbb{N})$$

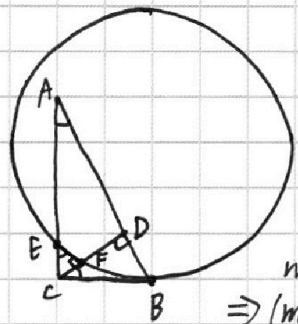
минимальные усл. достигаются при $a = 2^7 3^7 5^{15}$, $b = 2^2 3^3$, $c = 2^{12} 3^{11} c^{15}$
Нетрудно проверить, что все усл. соблюдаются

Ответ: $2^{21} 3^{21} 5^{30}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle DCB = 90 - \angle ACD = \angle CAD$

2) как соотв. углы при паралл.

$\angle CEF = \angle CAD$; $\angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$

3) $\triangle ADC \sim \triangle CDB$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{DC}{DB} \Rightarrow DC = \sqrt{AD \cdot DB}$

4) по степени точки: $CE \cdot CA = CB^2 \Rightarrow CE = \frac{CB^2}{CA}$

5) Пусть $DB = X$;

тогда (по усл.) $AD = 3X \Rightarrow$ (3) $CD = X\sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ (т. Пиф.) $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{12X^2} = 2\sqrt{3}X$, $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = 2X \Rightarrow$

$\Rightarrow CE = \frac{4X^2}{2\sqrt{3}X} = \frac{2\sqrt{3}X}{3}$

6) $\triangle CEF \sim \triangle BAC$ (по 2 $\angle$) $\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{AB}{CE}\right)^2 = \left(\frac{4X}{\frac{2\sqrt{3}X}{3}}\right)^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$

Ответ: 12

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x+\frac{\pi}{2} \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow x \in [-3\pi; 2\pi]$

$t = \arcsin(\cos x)$

$x \in [-3\pi; -2\pi] \Rightarrow t = x + 3\pi - \frac{\pi}{2}$

$x \in [-2\pi; -\pi] \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} - (x + 2\pi)$

$x \in [-\pi; 0] \Rightarrow t = x + \pi - \frac{\pi}{2}$

$x \in [0; \pi] \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} - x$

$x \in [\pi; 2\pi] \Rightarrow t = x - \pi - \frac{\pi}{2}$

$x \in [-(2k+1)\pi; -2k\pi] \Rightarrow t = x + (2k+1)\pi - \frac{\pi}{2}$

$x \in [-2k\pi; -(2k-1)\pi] \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} - (x + 2k\pi)$

$k \in \mathbb{N}, k \in [-1; 1]$

1) $5\left(x + (2k+1)\pi - \frac{\pi}{2}\right) = x + \frac{\pi}{2}$

$4x = 3\pi - 5\pi(2k+1)$

$x = \frac{3}{4}\pi - \frac{5}{4}\pi(2k+1)$

$x \in [-3\pi; -2\pi] \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{4}\pi - \frac{15}{4}\pi = -3\pi$

$x \in [-\pi; 0] \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$

$x \in [\pi; 2\pi] \Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = 2\pi$

2) $5\left(\frac{\pi}{2} - (x + 2k\pi)\right) = x + \frac{\pi}{2}$

$2\pi - 10k\pi = 6x$

$x = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}k\pi$

$x \in [-2\pi; -\pi] \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = -\frac{4\pi}{3}$

$x \in [0; \pi] \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$

Ответ: $x \in \left\{-3\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi\right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

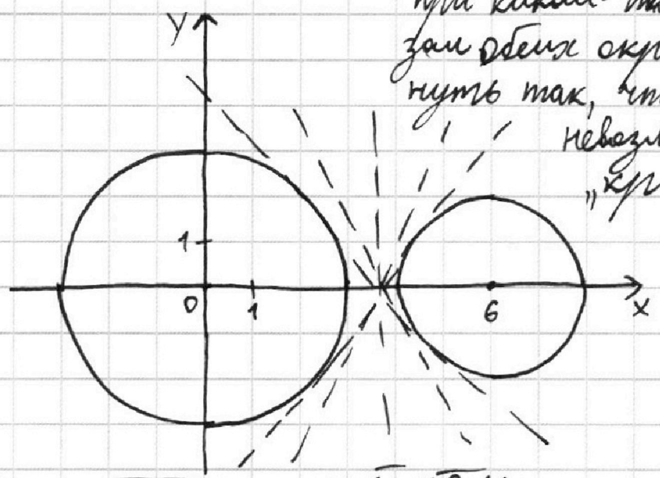
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1{,}5b-0{,}5ax \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=9 \\ (x-6)^2+y^2=4 \end{array}\right. \end{cases}$$

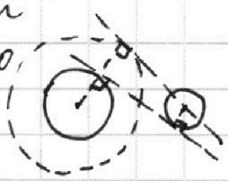
Параметры a и в задают сдвиг и наклон прямой. 4 корня ⇒ прямая пересекает обе окружности. Если прямая при каком-то в касается внутренним образом обеих окр., то нельзя её параллельно сдвинуть так, чтобы она их пересекала. Также невозможны все a между двумя „критическими".



~~$y_1=\sqrt{9-x^2}$~~
~~$y_2=-\sqrt{4-(x-6)^2}$~~

найдем касательную

~~найдем кас. через~~



~~$y_1'=-\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$~~
~~$y_2'=\frac{(x-6)}{\sqrt{4-(x-6)^2}}$~~

увеличим 1 окружность на r второй, найдём кас. к ней из центра второй и параллельно сдвинем на вектор $\bar{r}$ перпендикулярно касательной. Но это общий алгоритм, нам достаточно узнать наклон, который при ∥ сдвиге не меняется

$y=\sqrt{25-x^2}$, $O(6;0)$ (увелич. верх. полуокр. и центр)

$y'=-\frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$; ур-е кас.: $y=\cancel{-\frac{x^2}{\sqrt{25-x^2}}}\ f'(a)(x-a)+f(a)$

$-\frac{a}{\sqrt{25-a^2}}(6-a)+\sqrt{25-a^2}=0 \Rightarrow 25-a^2=a(6-a) \Rightarrow a=\frac{25}{6}$

$y'\left(\frac{25}{6}\right)=-\frac{\frac{25}{6}}{\sqrt{25-\left(\frac{25}{6}\right)^2}}=-\frac{\frac{25}{6}}{\frac{5}{6}\sqrt{11}}=-\frac{5\sqrt{11}}{11}$ (для нижн. полуокр. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$)

$0{,}5a\in\left(-\frac{5\sqrt{11}}{11};\frac{5\sqrt{11}}{11}\right) \Rightarrow$ Ответ: $a\in\left(-\frac{10\sqrt{11}}{11};\frac{10\sqrt{11}}{11}\right)$.

$x>0,\ x\neq 1,\ y>0,\ y\neq \frac{1}{5}$

1) $\log_3^4 x + 6\log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 = \log_{x^2} 3^5 - 8 = \frac{5}{2}\log_x 3 - 8$

$\log_3^4 x + 6\log_x 3 - 2{,}5\log_x 3 + 8 = 0$

$\frac{\log_3^5 x + 8\log_3 x + 3{,}5}{\log_3 x} = 0$

$s = \log_3 x \Rightarrow f_1(s) = s^5 + 8s + 3{,}5$

2) $5y = t$

$\log_3^4 t + 2\log_t 3 = \log_{t^2} 3^{11} - 8$

$\log_3^4 t - 3{,}5\log_t 3 + 8 = 0$

$\frac{\log_3^5 t + 8\log_3 t - 3{,}5}{\log_3 t} = 0$

$k = \log_3 t \Rightarrow f_2(k) = k^5 + 8t - 3{,}5$

3) Рассм. $f(n) = n^5 + 8n$

$f'(n) = 5n^4 + 8 > 0 \Rightarrow f(n)\nearrow$, $f(n)$ – мн. чл. неч. степ. $\Rightarrow$ единств. корень, биекция между n и $f(n)$

Также заметим, что $f(n) = -f(-n)$

$\begin{cases} f_1(n)=0 \\ f_2(n)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(n_1)+3{,}5=0 \\ f(n_2)-3{,}5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(n_1)=-3{,}5 \\ f(n_2)=3{,}5 \end{cases} \Rightarrow f(n_1) = -f(n_2) \Rightarrow n_1 = -n_2$ (в силу биекции)

n_1 и n_2 – корни мн-чл., которые однозначно отсылают к x и y, удовл. рав-вам

4) $n_1 = s = \log_3 x \Rightarrow x = 3^{n_1}$

$n_2 = k = \log_3 t \Rightarrow t = 3^{n_2}$, $t = 5y \Rightarrow y = \frac{t}{5} = \frac{3^{n_2}}{5}$, $n_2 = -n_1 \Rightarrow y = \frac{3^{-n_1}}{5}$

5) $xy = 3^{n_1}\cdot\frac{3^{-n_1}}{5} = \frac{1}{5}$ Ответ: 0,2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x>0 \quad y>0$

$x \neq 1 \quad y \neq \frac{1}{5}$

$\log_3^4 x + 6\log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 = \log_{x^2} 3^5 - 8$

$\log_3^4 x + 6\log_x 3 = \frac{5}{2}\log_x 3 - 8$

$\log_3^4 x + 3{,}5\log_x 3 + 8 = 0$

$f_1(x) = \frac{\log_3^5 x + 8\log_3 x + 3{,}5}{\log_3 x} = 0$

$\cancel{t^5 + 8t + 3{,}5 = 0}$

$\cancel{2t^5 + 16t + 7 \neq 0}$

$s(s^4+8)$

$5s^4 + 8$

$f_1(s) = s^5 + 8s + 3{,}5$

$-f_1(x) = f_2(-x)$

$s^5 + 8s$

$5s^4 + 8 > 0$ 1 кор.

$s^5 + 8s - 3{,}5 = 0$

$b = 2^9 3^{10} 5^{10} \quad c = 2^{14} 3^{13} 5^{13} \quad a = 2^9 3^{10} 5^{10}$

$c = 2^k 3^l 5^m \quad a = 2^{19-k} 3^{18-l} 5^{30-m} \quad b = 2^{14-k} 3^{13-l} 5^{13-m}$

$5y = t$

$\log_3^4 t + 2\log_t 3 = \log_{t^2} 3^{11} - 8$

$\log_3^4 t - 3{,}5\log_t 3 + 8 = 0$

$f_2(t) = \frac{\log_3^5 t + 8\log_3 t - 3{,}5}{\log_3 t} = 0$

23 23
19 18

2+7+12

$b = 2^2\, 5^0\, 3$

$\sqrt{\frac{kl}{m}} = 5^{3,5} 3^{\frac{5}{2}} \quad \frac{kl}{m} = 5^7 3^5$

$\cancel{f_2(-x) = -f_1(x)}$

$33 - 2k = 9$

$31 - 2l = 10$

$43 - 2m = 10$

$f_2(k) = k^5 + 8k - 3{,}5$

$k = -\frac{s}{5}$

$a+b \geq 9$

$b+c \geq 14$

$a+c \geq 19$

$a+b+c \geq 19$

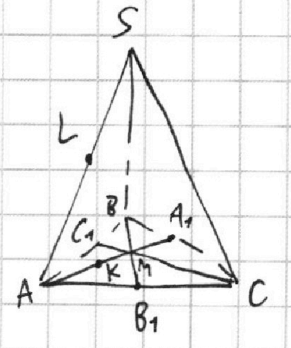
$x_2 - \quad t = -\frac{s}{5}$

$-\frac{x_0^2}{5}$

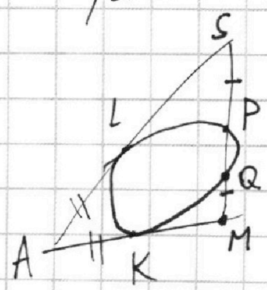
$abc: \cancel{2^9 3^{10} 5^{10}} \; 2^{19} 3^{18} 5^{30}$

$f(x_0) = -f(-n)$

$\begin{cases} f(n_1) - 3{,}5 = 0 \\ f(n) + 3{,}5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(n_1) = 3{,}5 \\ f(n_2) = -3{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(n_1) = 3{,}5 \\ -f(n_2) = 3{,}5 \end{cases}$



$3x_2 + y_2 = 33 + 3x_1 + y_1$



7	2	12
7	3	11
15	0	15

$S_{ABC} = 96$

$SA = BC = 12$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab = k\cdot 2^9 3^{10} 5^{10}$ $\quad bc = 2^{14}\cdot 3^{13}\cdot 5^{13}\cdot l$ $\quad ac = 2^{19} 3^{18} 5^{30}\cdot m$

$abc = \sqrt{klm}\cdot$

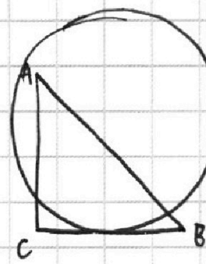
62

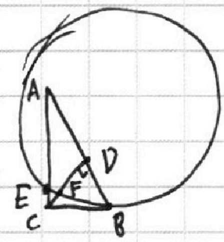
$\frac{25\cdot 36 - 25\cdot 25}{36} = \frac{25\cdot 11}{36}$

$x = \frac{2\pi}{3}$ $\quad \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} = -\frac{\pi}{6}$

$\cos x = -\frac{1}{2}$

$\arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6}$



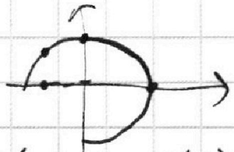


$AB \parallel EF$

$AD : DB = 3 : 1$

$S_{ABC} : S_{CEF} = ?$

$b\sqrt{ac} = \sqrt{kl}\cdot 2^{11,5} 3^{11,5} 5^{11,5}$ $\quad \frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{3} = -\frac{5\pi}{6}$



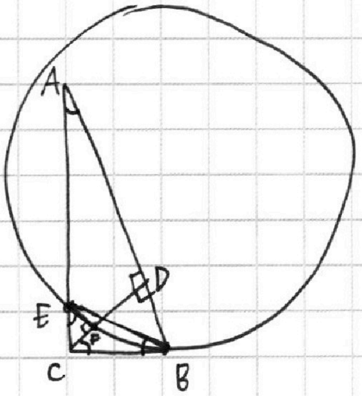
$\sqrt{ac} = \sqrt{m}\cdot 2^{9,5} 3^{9} 5^{15}$

$f'(a)\cdot(x - a) + f(a)$

$b =$

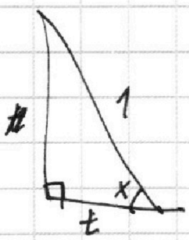
$\frac{AD}{DC} = \frac{CD}{DB} \Rightarrow CD = \sqrt{AD\cdot DB}$

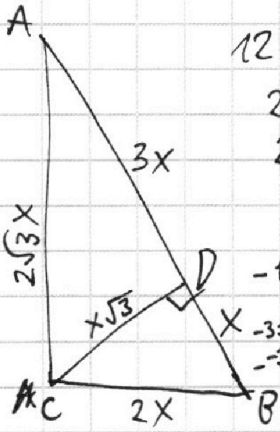
$CE\cdot CA = CF\cdot CD = CB^2$



$CE\cdot 2\sqrt{3}x = 4x^2$

$CE =$





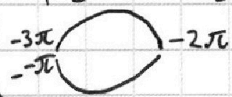
$12x^2$

$2x\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}x$

-3π

$-1 \quad -\frac{\pi}{2}$ $\qquad 1 \quad \frac{\pi}{2}$



$x + \frac{\pi}{2} \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ $\qquad x \in [-3\pi; \pi]$

$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}$

1) $x \in [-3\pi; -\pi]$

$\arcsin(\cos x) = \left(\frac{\pi}{2} + (x + 3\pi)\right)$

$5\left(\frac{\pi}{2} - x + 2\pi n\right) = x + \frac{\pi}{2}$

$(x-6)^2 + y^2 - 4$ $\qquad \frac{\pi}{2} - (x + 3\pi)$

$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n = x + \frac{\pi}{2}$

$\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} = \arcsin(\cos x)$ $\quad \frac{-1}{-\frac{\pi}{2}} \quad \frac{1}{\frac{\pi}{2}}$

$2\pi + 10\pi n = 6x$

$\boxed{x = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi n}{3}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Исходя из условия:

$(1)\ ab=k\cdot 2^9 3^{10} 5^{10}$, $(2)\ bc=l\cdot 2^{14} 3^{13} 5^{13}$, $(3)\ ac=m\cdot 2^{19} 3^{18} 5^{30}$; $k,l,m\in\mathbb{N}$

~~Перемножим левые и правые части и извлеч. корень~~

~~$abc=\sqrt{klm}\cdot 2^{21}\cdot 3^{20,5}\cdot 5^{26,5}\in\mathbb{N}\ (a,b,c\in\mathbb{N})$~~

~~Т.к. $k,l,m\in\mathbb{N}$, какое-то число $S\cdot\sqrt{klm}\geqslant S$~~

~~$abc\geqslant 2^{21}\cdot 3^{20,5}\cdot 5^{26,5}$, но abc должно $\in\mathbb{N}$; минимальное натуральное, которое делится на $2^{21} 3^{20,5} 5^{26,5}$~~

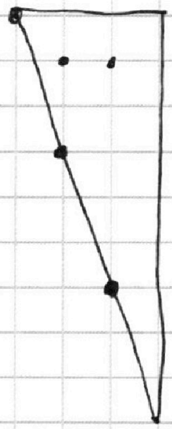
~~Домножая число на $\sqrt{klm}$, мы добавляем в итоговое число $\frac{1}{2}\cdot r$ к степени какого-то простого делителя в разложении $(r\in\mathbb{N})$~~

~~Требуется, домножив на $\min\sqrt{klm}$, „добить" степени простого до нат. числа~~

~~Это делается при $\sqrt{klm}=\sqrt{15}$, тогда при „3" степень 24, а при „5" 27.~~

$$\sqrt{\frac{(1)\cdot(2)}{(3)}}=b=\sqrt{\frac{kl}{m}}\cdot 2^2 3^{2,5} 5^{-3,5}$$

$$a=\frac{(1)}{b}=\sqrt{\frac{km}{l}}\cdot 2^7 3^{7,5} 5^{13,5}\ ;\ c=\frac{(2)}{b}=\sqrt{\frac{lm}{k}}\cdot 2^{12} 3^{10,5} 5^{16,5}$$



$0\leq y_2\leq 42$

$0\leq y_1\leq 42$

$0\leq x_2\leq 34$

$0\leq x_1\leq 34$

~~нот~~ все равно пар-м или пр.-уг., перенос вправо на сколько-то там

84

10	3
9	6

$y_2-y_1\in[-42;42]$

~~$3(x_2-x_1)\in[-102;102]$~~

~~$3(x_2-x_1)\in$~~

14^2+42^2

$$\begin{array}{r} 42\\ \times\ 42\\ \hline 84\\ +168\ \\ \hline 1764\\ +\ 196\\ \hline 1960 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!