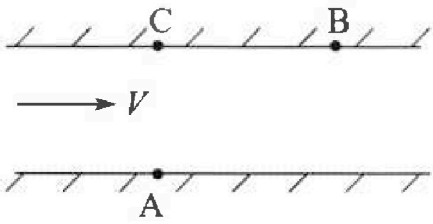
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.



В двух первых заплывах A – точка старта, B – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки A и движется так, что снос наименьший.

3) На каком расстоянии S от точки B выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5{,}4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

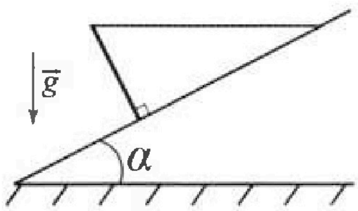
1) Найдите наибольшую высоту H, на которой мяч находится в полете.
2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h, стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1{,}8$ м.

3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17{,}3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^0$.



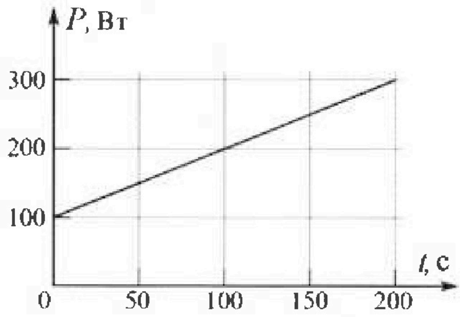
1) Найдите массу m стержня.
2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на стержень.
3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16\,^0$C. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).



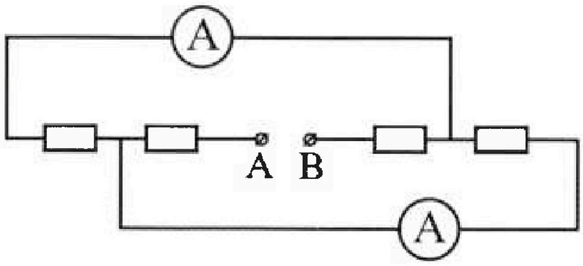
1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

Плотность воды $\rho = 1000$кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot$^{0}C).

5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$А.

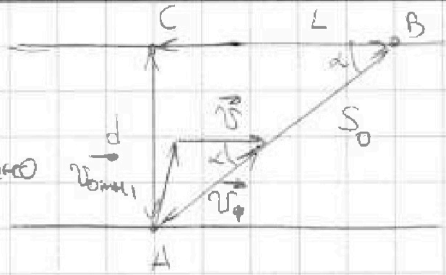
1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Какую мощность P развивают силы в источнике?



МФТИ

$AC = d = 50$ м
$CB = L = 120$ м
$T_1 = 100$ с
$T_2 = 240$ с
$v_1 - ?,\ v_2 - ?,\ v - ?,\ S - ?$

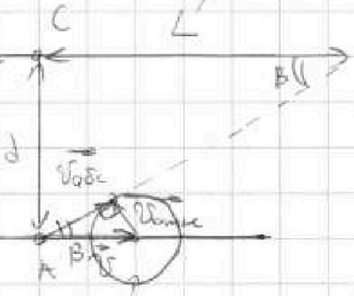
1) Пусть $AB = S_0$. По теореме Пифагора:
$S_0 = \sqrt{d^2+L^2} = 10\sqrt{25+144} = 130$ м.
Пловец движется прямолинейно вдоль AB с постоянной скоростью в ЛСО, значит:



$$v_1 = \frac{S_0}{T_1} = \frac{130}{100} = 1,3\ \frac{м}{с} \qquad v_2 = \frac{S_0}{T_2} = \frac{130}{240} = \frac{13}{24} \approx 0,54\ \frac{м}{с}$$

2) По закону сложения скоростей:
$\left.\begin{array}{l}\vec v_1 = \vec v + \vec v_{отн_1}\\ \vec v_2 = \vec v + \vec v_{отн_2}\end{array}\right\}$ где $\vec v_{отн_i}$ – скорость относительно воды.
$\vec v_{отн_1} = \vec v_1 - \vec v$
По условию, $v_{отн_1} = v_{отн_2} = v_{отн}$
Теорема косинусов для Δ скоростей:
$v_{отн}^2 = v_1^2 + v^2 - 2v_1 v\cos\alpha$ (1)
Аналогично
$v_{отн}^2 = v_2^2 + v^2 - 2v_2 v\cos\alpha$ (2)
Вычтем:
$0 = (v_1 - v_2)(v_1 + v_2) - 2v\cos\alpha(v_1 - v_2)$
$2v\cos\alpha = v_1 + v_2$
$v = \frac{v_1+v_2}{2\cos\alpha}$, $\cos\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$
$$v = \frac{\frac{13}{10}+\frac{13}{24}}{2\cdot\frac{12}{13}} = \frac{13\cdot13\cdot34}{12\cdot2\cdot240} = \frac{169\cdot17}{2880} = \frac{2873}{2880} \approx 1\ \frac{м}{с}$$

3) Закон сложения скоростей:
$\vec v_{абс} = \vec v + \vec v_{отн}$, где $v_{абс}$ – скорость в ЛСО.
Заметим, что при минимальном сносе прямая, содержащая $\vec v_{абс}$, должна касаться окружности, описываемой концом $v_{отн}$.



Из (1) найдем $v_{отн}$:
$v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v^2 - v_1(v_1+v_2)}$
$v_{отн} = \sqrt{1,69 + 1 - 1,3\cdot1,84}$
$v_{отн} \approx \sqrt{0,3}\ \frac{м}{с} \Rightarrow v_{отн}^2 \approx 0,3\ \frac{м^2}{с^2}$
$\operatorname{tg}\beta = v$

$L' = \frac{d}{\operatorname{tg}\beta}$

окружность, на которой лежит конец вектора $v_{отн}$

$$L' = \frac{d\,v_{абс}}{v_{отн}} = \frac{d\sqrt{v^2 - v_{отн}^2}}{v_{отн}} = d\sqrt{\frac{v^2}{v_{отн}^2} - 1} \approx 50\cdot\sqrt{\frac{1}{0,3} - 1} = 50\sqrt{\frac{7}{3}}$$
$$S = L - L' = 120 - 50\sqrt{\frac{7}{3}} = 10\left(12 - 5\sqrt{\frac{7}{3}}\right)$$

Ответ: $v_1 = 1,3\ \frac{м}{с}$, $v_2 \approx 0,54\ \frac{м}{с}$, $v = 1\ \frac{м}{с}$, $S = 10\left(12 - 5\sqrt{\frac{7}{3}}\right)$ м

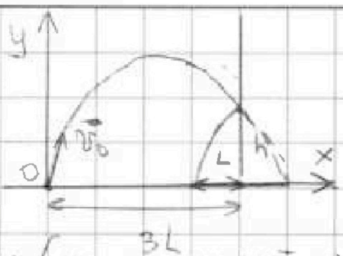
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$h = 5{,}4$ м.
$d = 1{,}8$ м.
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$H - ?,\ t_1 - ?$
$u - ?$

1) v_0 — начальная скорость мяча.
Уравнения движения мяча в осях Oy и Ox, t — время до удара:



$$\begin{cases} h = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \\ 3L = v_{0x}t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{3L}{v_{0x}}$$

$4L$ — дальность полёта при отсутствии стены (удар упругий $\Rightarrow$ составляющая скорости, $\parallel$ стене, не меняется, а $\perp$ стене изменяет направление на $\uparrow\downarrow$ $\Rightarrow$ движение симметрично движению без стены)

$$4L = v_{0x} \cdot t_{полёта} = v_{0x} \cdot \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_{0y}v_{0x}}{g} \Rightarrow L = \frac{v_{0y}v_{0x}}{2g}$$

$$t = \frac{3v_{0y}}{2g}$$

$$h = \frac{3v_{0y}^2}{2g} - \frac{9v_{0y}^2}{8g} \Rightarrow h = \frac{3v_{0y}^2}{8g} \Rightarrow v_{0y}^2 = \frac{8gh}{3}$$

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{8gh}{6g} = \frac{4h}{3} = \frac{4 \cdot 5{,}4}{3} = 7{,}2\ м. \qquad v_{0y} = 2\sqrt{\frac{2gh}{3}} = 2\sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 5{,}4}{3}} = 12\ \frac{м}{с}$$

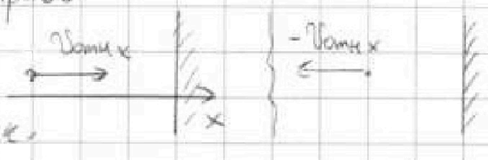
2) $$t_1 = t_{полёта} - t = \frac{2v_{0y}}{g} - \frac{3v_{0y}}{2g} = \frac{v_{0y}}{2g} = \frac{12}{2\cdot 10} = 0{,}6\ с$$

3) Пусть в момент удара мяч имеет скорость $\vec{v}$. Масса стенки $\gg$ массы мяча $\Rightarrow$ при ударе она не изменила скорость. Перейдём в ПСО стенки, в ней стенка покоится, а мяч имеет скорость $v_{отн}$. По закону сложения скоростей:

$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}_{отн} \Rightarrow \vec{v}_{отн} = \vec{v} - \vec{u}$.

На ось $\perp$ стенке и напр вправо

$v_{отн\,x} = v_x - u_x = v_x + u$

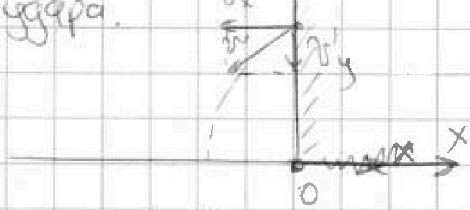


После удара проекция на данную ось поменяла знак.

$v'_{отн\,x} = -v_{отн\,x}$

Возвращаемся в ЛСО

v'_x — проекция на x скорости после удара.



$v'_x = u_x + v'_{отн\,x}$

$v'_x = -u - v_x - u = -(v_x + 2u)$

Уравнения движения без движения стенки и с ним (после удара:)

На v_y удар никак не влияет, так что в обоих случаях время падения равно t_1

$$\left.\begin{matrix} -L = -v_x t_1 \\ -(L+d) = -(v_x + 2u)t_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} L = v_x t_1 \\ L + d = v_x t_1 + 2ut_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow d = 2ut_1$$

$$u = \frac{d}{2t_1} = \frac{1{,}8}{1{,}2} = 1{,}5\ \frac{м}{с}$$

Ответ: $H = 7{,}2$ м, $t_1 = 0{,}6$ с, $u = 1{,}5\ \frac{м}{с}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

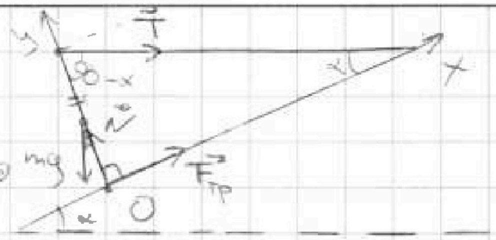
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$T = 17{,}3$ Н
$\alpha = 30^\circ$
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$m - ?,\ F_{тр} - ?$
$\mu - ?$

Равновесие:
$$\begin{cases} \vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = 0 \\ \sum \vec{M} = 0 \end{cases}$$



1) Правило моментов относительно точки опоры O:
ℓ — длина стержня.
$\vec{N}$ и $\vec{F}_{тр}$ не создают момента.

$$mg \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sin\alpha = T \cdot \ell \cdot \cos\alpha$$
$$m = \frac{2T}{g\,tg\alpha} = \frac{2T}{g} \cdot ctg\alpha = \frac{2 \cdot 17{,}3}{10} \cdot 1{,}73 = 6\ кг.$$

2) $0 = \vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр}$
На ось Ox и на ось Oy:
Ox: $0 = F_{тр} - mg\sin\alpha + T\cos\alpha$
$$F_{тр} = mg\sin\alpha - T\cos\alpha = 6 \cdot 10 \cdot 0{,}5 - 17{,}3 \cdot \frac{1{,}73}{2} = 30 - 15 = 15\ Н$$

3) Oy: $0 = N - mg\cos\alpha - T\sin\alpha$
$N = mg\cos\alpha + T\sin\alpha$
Покой $\Rightarrow F_{тр} \le \mu N$
$mg\sin\alpha - T\cos\alpha \le \mu(mg\cos\alpha + T\sin\alpha)$
$$\mu \ge \frac{mg\sin\alpha - T\cos\alpha}{mg\cos\alpha + T\sin\alpha} = \frac{15}{60 \cdot \frac{1{,}73}{2} + 17{,}3 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{30}{70 \cdot 1{,}73} = \frac{3}{7\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$
$$\mu \ge \frac{\sqrt{3}}{7}$$

Ответ: $m = 6$ кг, $F_{тр} = 15$ Н, $\mu \ge \frac{\sqrt{3}}{7}$

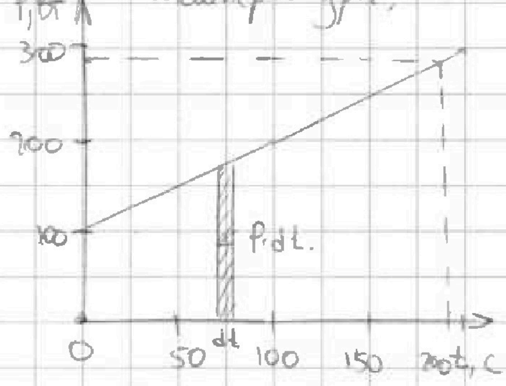
МФТИ

$V = 1$ л
$\tau_0 = 16°C$
$R = 25$ Ом
$U = 100$ В
$T = 180$ с
$\rho = 10^3 \frac{кг}{м^3}$
$c = 4{,}2\cdot10^3 \frac{Дж}{кг°C}$

$P_н$ – ?
τ_1 – ?

1) $P_н$ может быть найдена как
$P_н = \frac{U^2}{R} = \frac{100\cdot100}{25} = 400$ Вт

2) Уравнение теплового баланса для малого промежутка времени dt. (P можно считать const)
$P_н dt - P\cdot dt = c\rho V d\tau$, где $d\tau \to 0$ – изменение температуры.
$P\cdot dt$ – площадь полоски под графиком $P(t)$



Суммируем уравнения
$P_н \Delta t - \sum P\cdot dt = c\rho V \Delta\tau$
$Q = \sum P\cdot dt$ – площадь под графиком $P(t)$
При $T = 180$ с.
$P_н T - Q = c\rho V(\tau_1 - \tau_0)$
График $P(t)$ имеет вид: ~~Рассм~~
$P = P_0 + \alpha t$, где $P_0 = 100$ Вт
При $T = 180$ с. $\alpha = 1 \frac{Вт}{с}$
$P = 100 + 1\cdot180 = 280$ Вт
$Q = \frac{1}{2}T\cdot(P + P_0) = \frac{1}{2}\cdot180\cdot380 = 34{,}2\cdot10^3$ Дж
Площадь трепеции

$\tau_1 = \tau_0 + \frac{P_н T - Q}{c\rho V} = 16 + \frac{400\cdot180 - 34{,}2\cdot10^3}{4{,}2\cdot10^3\cdot10^3\cdot1\cdot10^{-3}} = 16 + \frac{37{,}8}{4{,}2} = 25°C$

Ответ: $P_н = 400$ Вт, $\tau_1 = 25°C$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

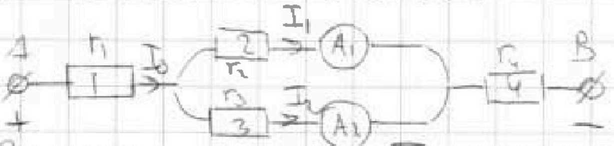
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$R_1 = 30$ Ом
$R_2 = 60$ Ом
$I_1 = 2$ А
$I_1 > I_2$

$I_2 - ?$, $P - ?$

1) Эквивалентная схема:



Заметим, что $I_1 \neq I_2 \Rightarrow$ резисторы 2 и 3 имеют разные сопротивления. $I_1 > I_2 \Rightarrow r_2 < r_3$ т.к. 2 и 3 соединены параллельно и $U_2 = U_3$. $\Rightarrow r_2 = R_1$, $r_3 = R_2$

$$\left.\begin{array}{l} U_2 = I_1 r_2 = I_1 R_1 \\ U_3 = I_2 r_3 = I_2 R_2 \\ U_2 = U_3 \end{array}\right\} \Rightarrow I_2 = \frac{U_3}{R_2} = \frac{U_2}{R_2} = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_1}{2} = 1\text{ А}.$$

общее сопр. 1 и 4.

2) Общий ток $I_0 = I_1 + I_2 = 3$ А.
Резисторы 1 и 4 соединены последовательно $\Rightarrow r_{14} = r_1 + r_4$
и имеют разные сопротивления $\Rightarrow r_{14} = r_1 + r_4 = R_1 + R_2 = 90$ Ом.
Суммарное напряжение на них: $U_{14} = r_{14} \cdot I_0 = 90 \cdot 3 = 270$ В
Общее напряжение на клеммах: $U_0 = U_{14} + U_2 = U_{14} + I_1 R_1 = 330$ В
$P = U_0 I_0 = 330 \cdot 3 = 990$ Вт

Ответ: ~~990~~ $I_2 = 1$ А, $P = 990$ Вт.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

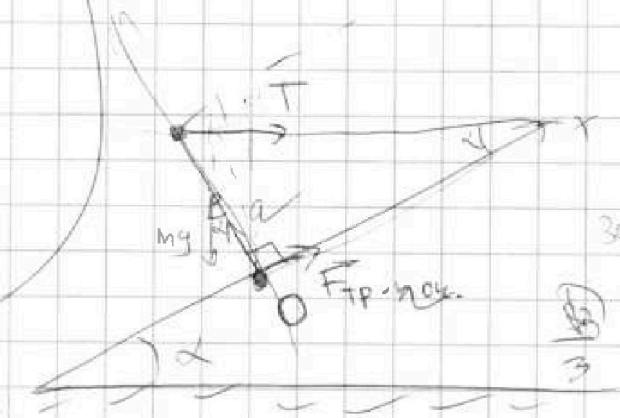
МФТИ

$L = v_{0x} t_1$

$L + d = (v_{0x} + 2u) t_1$

$d = 2u t_1$

$u = \frac{d}{2t_1}$



380

$47,0 - 14,2 = 34,8$

$Q = \frac{mg\ell}{2}\sin\alpha = T\ell\cos\alpha$

$0 = F_{тр.max} + T\cos\alpha - mg\sin\alpha$

$m = \frac{2T}{g\,tg\alpha} = \frac{2\cdot 17,3}{10\cdot 1,73}$

$N = mg\cos\alpha + T\sin\alpha$ $F_{тр} = mg\sin\alpha - T\cos\alpha = 60\cdot\frac{1}{2} - 17,3\cdot\frac{1,73}{2} =$

$= 30 - 15 = 15$ Н.

$mg\sin\alpha - T\cos\alpha \le \mu(mg\cos\alpha + T\sin\alpha)$

$mg\,tg\alpha - T \le \mu mg + \mu T\,tg\alpha$

$P_н = \frac{U^2}{R} = 400$ Вт

$t_1 = t_0 + \frac{P_н T - Q}{c\rho V}$

$\mu = \frac{mg\,tg\alpha - T}{mg + \mu T\,tg\alpha} = \frac{mg\cdot 60\cdot\frac{1,73}{3} - 17,3}{60 + \frac{1,73\cdot 1,73}{3}} = \frac{10\cdot 1,73 - 17,3}{}$

$(P_н - P_п)\,dt = cm\,dt$

$P_н\,dT - P_п\,dt = cm\,dt$

$P = 100 + 1t = 280$

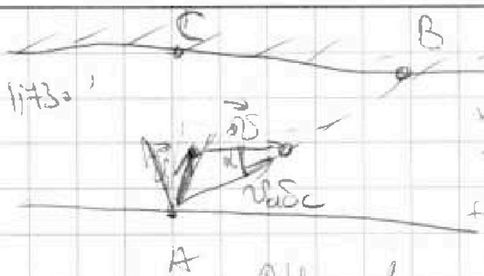
$P_н T - Q = cm(t_1 - t_0)$

$Q = \frac{100+300}{2}\cdot 40$

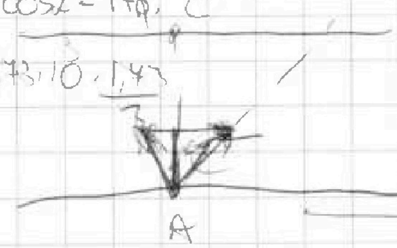
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

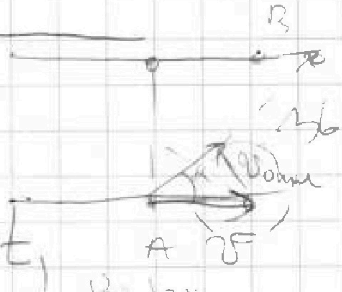
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

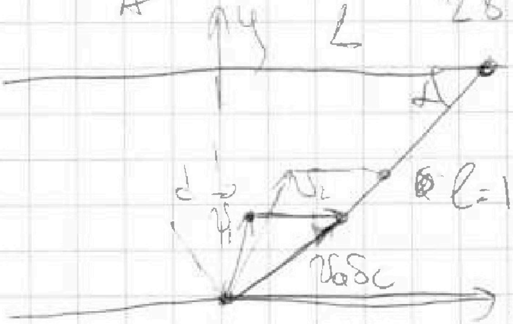


$T\cos\alpha = F_{тр}$



$1{,}69 + 1{,}14 = 2{,}83$, $+1{,}69 = 2{,}873$





$l = 130$ м.

$L = (v + v_{1x})t_1$

$d = (v + v_{1y})t_1$

$L = (v + v_{2y})t_2$

$d = v_{2y}t_2$

$v_1 = \frac{130}{100} = 1{,}3\ \frac{м}{с}$

$v_2 = \frac{130}{240} = \frac{13}{24}\ \frac{м}{с}$

$v_{отн}^2 = v^2 + v_1^2 - 2vv_1\cos\alpha$

$v_{отн}^2 = v^2 + v_2^2 - 2vv_2\cos\alpha$

$0 = v_1^2 - v_2^2 - 2vv_1\cos\alpha + 2vv_2\cos\alpha$

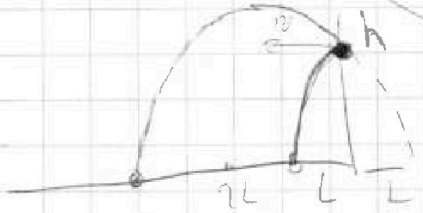
$0 = (v_1 - v_2)(v_1 + v_2) - 2v\cos\alpha(v_1 - v_2)$

$v_1 + v_2 = 2v\cos\alpha \Rightarrow v = \frac{v_1 + v_2}{2\cos\alpha} = \frac{1{,}3 + \frac{13}{24}}{2\cdot\frac{12}{13}}$

$v = \frac{\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2}}{2\frac{L}{l}}$

$\frac{13}{10} + \frac{13}{24} = 13 \cdot \frac{34}{240}$

$h = \frac{v_{0y}}{g} \cdot t$



$h = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$

$3L = v_{0x}t$

$4L = v_{0x} \cdot v_{0y}$

$v_{0y}^2 = \frac{8gh}{3}$

$H = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{4h}{3}$

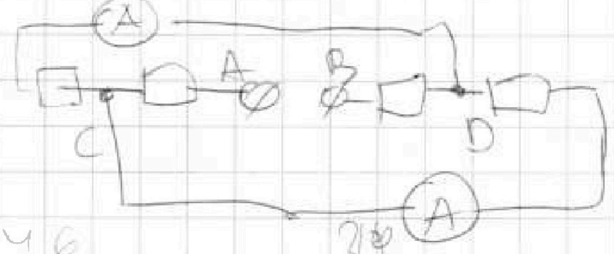
$h = \frac{3Lv_{0y}}{v_{0x}} - \frac{9gL^2}{2v_{0x}^2}$

$h = \frac{3v_{0y}^2}{2g} - \frac{9v_{0y}^2}{8g} = \frac{3v_{0y}^2}{8g}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

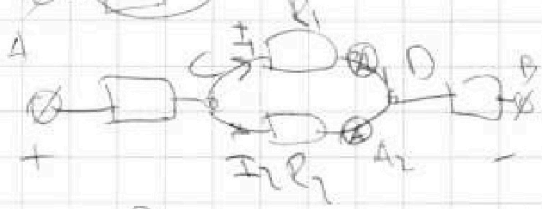
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$R_1 = 30$ Ом

$C \approx D$ $R_2 = 60$ Ом



$R_0 =$

$I_2 = \frac{I_1 R_1}{R_2} = 1A$

$I_0 = 3A.$

$R_0 = 30 + 60 + \frac{30 \cdot 60}{90}$

$= 90 + 20 = 110$ Ом

$P = I_0^2 R_0 =$

$= 9 \cdot 110 = 990$ Вт.

$T_0 \frac{\ell}{2} \cdot \cos\alpha = T_p$

$90 + \frac{30 \cdot 60}{90} = 90 + 20 = 110$

$1{,}69 + 1 - 1{,}3 \cdot 1{,}84$

$0{,}54 \cdot 1{,}84$

$\frac{8 \cdot 10 \cdot 5{,}4}{3}$

$0{,}9936$